

Kryssuppgifter veckan 7

Viktig: använd ett blad per uppgift!

1. Bestäm den största möjliga definitionsmängd av $f(x) = \ln^2(\sin^2(x))$ och beräkna $f'(x)$.

2. Låt

$$f(x) = x \ln(x) + \frac{1}{4}.$$

Visa att ekvationen $f(x) = 0$ har två lösningar i intervallet $x \in [0, 1]$.

3. Bestäm konstanten h så att $\mathbf{a}_3 \in \text{Span}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\}$, då

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ h \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4h \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Bestäm också h så att $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ är linjärt oberoende.

4. Låt R vara parallelogrammen som spänns upp av vektorer $(0, 1)$, $(1, 1)$ och S parallelogrammen som spänns upp av vektorer $(1, 2)$, $(2, 0)$ (Rita en figur). Hitta en linjär avbildning $T_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, som deformerar R till S . Visa också att $V_S = V_R \det A$, då V_R och V_S är arean av parallelogrammerna R, S .