

Övningsuppgifter II

MMGF20

28/1 2009

Följande uppgifter ur Övningsboken (ingenting hindrar att ni gör ytterligare uppgifter)

2.1 c,d,e **2.6** a **2.11** **2.15** **2.31** **2.44** **2.48** **2.55** **2.61** **2.65** f
2.67 **2.70** **2.74** **2.77** **2.93**

I tillägg kan ni även behandla följande uppgifter

1 Låt F vara en funktion sådan att $\frac{\partial F}{\partial x}(1,1) = 2$ och $\frac{\partial F}{\partial y}(1,1) = 3$. Bestäm värdena för de partiella derivatorna i punkten $(1,1)$ för funktionen $F((x^2 + y^2)/2, xy)$

2 Låt $F(x, y) = -\frac{1}{x^2+y^2}$ och låt grafen av denna funktion vara restrikerad till linjen $x + y = 1$. Beräkna lutningen i punkten $(1, 0)$, samt finn en punkt på linjen sådan att lutningen är noll.

3 Skriv ner differentialerna till följande funktioner som matriser

a) (x, y, z)

b) $(x^2 - y^2, xy)$

c) $(\frac{x}{1-z}, \frac{y}{1-z})$

d) $(\frac{2u}{1+u^2+v^2}, \frac{2v}{1+u^2+v^2}, \frac{u^2+v^2-1}{u^2+v^2+1})$

4 En paraboloid fås genom att rotera kurvan $z = x^2$ kring z -axeln.

a) Skriv ner ekvationen $z = f(x, y)$ för paraboloiden såsom en funktion av x, y .

b) Bestäm ekvationen för tangentplanet i punkten $(1, 1, 2)$

5 Klassificera följande kvadratiska former med avseende på huruvida de är positivt eller negativt definita, indefinita eller semi-definita

a) $2x^2 + 4xy + y^2$

b) $3x^2 + 12xy + 20y^2$

c) $-x^2 + 4xy - 5y^2$

d) $4x^2 + 9y^2 + 72xy$

e) $x^2 + 2y^2 + 6z^2 + 2xy + 2xz - 4yz$

6 Visa att kurvan

$$x^2 + xy + y^2 = 1$$

utgör en ellips, och finn en lämplig trigonometrisk parametrisering, samt finn längderna av stor- och lillaxeln respektive.

7 Finn de kritiska punkterna till följande funktioner och avgör var vi finner lokala maxima, minima och sadelpunkter

a)

$$f(x, y) = 8y^3 + 12y^2 + 6y + 1 - 6x^2y$$

b)

$$(x - y)e^{-(x^2+y^2)}$$

c)

$$xy - x^3 - y^3$$

d)

$$\sin(x^2 + y^2)$$

8 Givet att vi känner funktionerna $f(x)$ och $g(y)$ finn de kritiska värdena för funktionerna

a) $F(x, y) = f(x) + g(y)$

b) $F(x, y) = f(x)g(y)$

9 Lufttrycket (i millibar) vid ett viss tillfälle på jordytan ges av formeln

$$760 + 20 \sin \theta \cos \psi$$

där θ anger longitud och ψ latitud. Bestäm läget av samtliga högtryck och lågtryck.