

Övningsuppgifter VII

MMGF20
2/3 2009

Följande uppgifter ur Övningsboken (ingenting hindrar att ni gör ytterliga re uppgifter)

9.1 9.3 9.4 9.5 9.7 9.9 9.12 9.16 9.17 9.21 9.23
9.25 9.26 9.29 9.31 9.32 9.38 9.39 9.44 9.48

I tillägg kan ni även behandla följande uppgifter

1 Bestäm α, β så att vektorfältet givet av $(x + \alpha y + xy, 3x + \beta x^2 + y)$ är konservativt samt ange en potential. Använd denna för att beräkna integralen längs en kurva från punkten $(1, 1)$ till punkten $(2, 2)$

2 a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} -y dx$$

där γ utgöres av linjesegmentet som förbinder punkterna (a, b) och (c, d)

b) använd a) och Greens formel för att ge en formel av arean för en triangel med hörn i punkterna $(a, b), (c, d), (e, f)$

c) Generalisera b) till att ge en formel för arean av en polygon given av hörnen $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \dots (a_n, b_n) = (a_1, b_1)$

d) Hur skall formeln modifieras om det rör sig om en polygon på sfären och hörnen ges av longituder och latituder?

3 Beräkna kurvintegralen $\int_{\gamma} y^2 dx + \cos(y) dy$ längs sinuskurvan $y = \sin(x)$ från $(0, 0)$ till $(\pi, 0)$ genom att välja en alternativ integrationsväg samt utnyttja Greens formel

4 Beräkna flödet genom enhetscirkeln av vektorfältet givet av (x, y)

5 Beräkna flödet ut ur kvadraten med hörn i punkterna $(\pm 1, \pm 1)$ av vektorfältet $(xy, x^2 y^2)$

6 Betrakta potentialen $U = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ och dess gradient vektorfält

$$(-\partial U / \partial x, -\partial U / \partial y)$$

Betrakta ellipsen

$$\frac{(x - \epsilon a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

där $a^2 - b^2 = \epsilon^2 a^2$ längs vilken en planet rör sig. Om planetens hastighet i punkten $(a(1 + \epsilon), 0)$ är 1, beräkna dess hastighet

a) i punkten $(a\epsilon, b)$

b) i en godtycklig punkt på ellipsen