Övningsuppgifter VIII

MMGF20
9/3 2009

Följande uppgifter ur Övningsboken (ingenting hindrar att ni gör ytterliga re uppgifter)

10.1 10.3 10.6 10.8 10.9 10.10 10.12 10.13 10.14 10.16 10.17 10.18 10.19 10.22 10.25 10.29 10.31 10.32 10.35 10.36 10.38 10.41 10.47 10.50 10.52 10.57 10.59 10.61 10.64 10.69

I tillägg kan ni även behandla följande uppgifter

1 Givet flödesfältet $(-y, x)$ beräkna flödet över linjesegmentet från origo till punkten $(1, 0)$.

2 Beräkna flödet av fältet (y, x) över ellipsen $x^2 + 4y^2 = 1$

3 Finn P, Q sådana att $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = y$ och använd detta för att beräkna tyngdpunkten av en halv cirkelskiva genom att sätta upp en lämplig kurvintegral.

4 Beräkna flödet över en ring $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$ där den yttre cirkeln har positiv orientering (motsols) och den inre negativ (medsols) av vektorfältet $(-x^2 r, y^2 r)$ där $r^2 = x^2 + y^2$

5 Låt F vara en potential samt även en harmonisk funktion. Vida att flödet över varje sluten kurva är noll.

En funktion säges vara harmonisk om den satisfierar Laplace-ekvationen

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

6 Antag att fältet (P, Q) är konservativt med potentialen U. Visa att även fältet $(P(x + y) + Q(x - y), P(x + y) - Q(x - y))$ är konservativt och ange en potential.

7 Låt γ_Θ vara en spiral given av $r = (1 + \theta)$ med $0 \leq \theta \leq \Theta$. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma_\Theta} \frac{-y dx}{x^2 + y^2} + \frac{x dy}{x^2 + y^2}$$

och tolka resultatet.