Tentamensskrivning

MAN230

Flervariabelanalys

Lördag den 25 mars, 2006

8.30 - 13.30

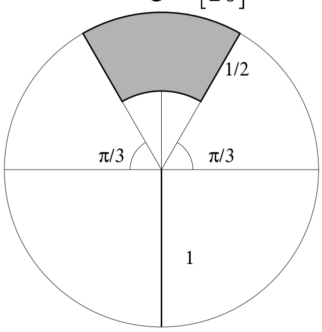
1 [5] Finn tangentplanet till ytan given av funktionsgrafen $z = \sin(xy)$ i punkten $(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

2 [10] Beräkna integralen

$$\int\int_{\Delta} \sin(x-y)dxdy$$

genom upprepad integration där Δ är triangeln som ges av $y \leq x \leq 2\pi$ för $0 \leq x \leq 2\pi$

3 [10]



Beräkna följande integral genom att utnyttja polära ko-ordinater

$$\int\int_{D} 1 - e^{x^2+y^2}dxdy$$

Där området D utgöres av den skuggade figuren given till vänster.

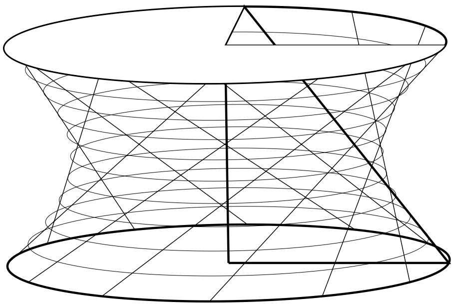
4 [10] Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} -2xdx + 3ydy$$

där γ är ellipsbågen som går från punkten $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ till punkten $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$ av ellipsen $2x^2 + 3y^2 = 1$

5 [10] Ett flöde ges av $(x^3y^2z^2, x^2y^3z^2, x^2y^2z^3)$. Beräkna det totala flödet ut ur kuben med hörn i de åtta punkterna $(\pm1, \pm1, \pm1)$

6 [10]



En yta är given av att punkterna på två parallella cirklar är förbundna med varandra enligt figuren till vänster. De övre punkterna är vridna 90 grader visavi de undre punkterna. Man kan således parametrisera ytan via

$$(\theta, t) \mapsto (1-t)(\cos\theta, \sin\theta, 0) + t(-\sin\theta, \cos\theta, 1)$$

Sätt upp en dubbelintegral som ger arean av ytstycket begränsad mellan planen $z = 0$ och $z = 1$ och beräkna denna.

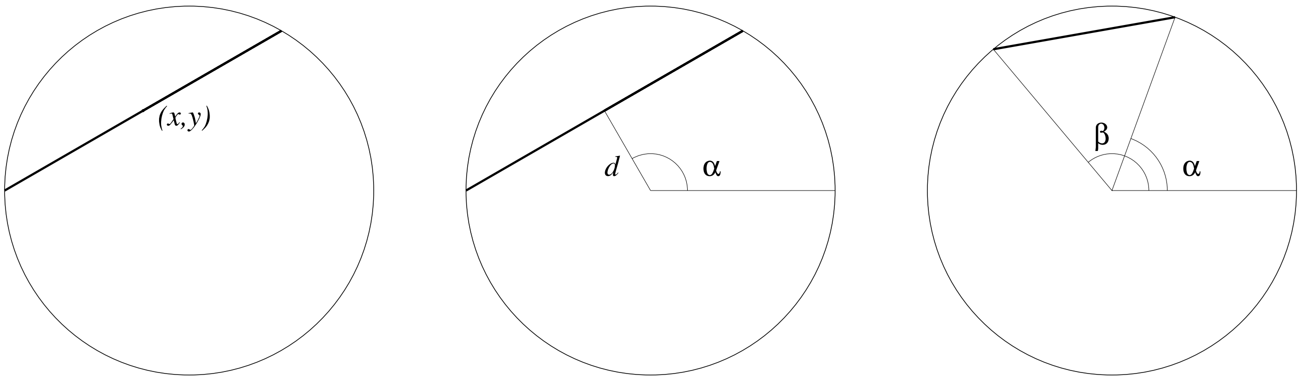
7 [10,10] Betrakta funktionen

$$F(x,y) = (x+y)e^{-(3x^2+2xy+3y^2)}$$

a) Finn de kritiska (stationära) punkterna till funktionen och avgör deras typ. (Sadelpunkt, lokalt maximum eller minimum)

b) Skissa dess nivåkurvor $F(x,y) = c$ och speciellt avgör för vilka c dessa är i) icke tomma ii) begränsade.

8 [10,15]En korda på en enhetscirkel kan beskrivas på många olika sätt. Man kan dels a) beskriva dess mittpunkt[1] b) dess avstånd till centrum och den vinkel normalen gör med $(1,0)$ och slutligen c) via vinklarna för dess ändpunkter.



I första fallet a) parametriseras kordorna av punkterna (x,y) i enhetsskivan $(x^2+y^2 \leq 1)$ i b) av punkterna (α, d) på cylindern (eller rektangeln) $[0,2\pi] \times [0,1]$ och slutligen i c) av punkterna (α, β) på torusen (eller rektangeln) $[0,2\pi] \times [0,2\pi]$. Notera att parameterrummen har areorna $\pi, 2\pi$ och $4\pi^2$ respektive.

A) Sätt upp funktionerna för kordornas längder, d.v.s. som funktioner av $(x,y), (\alpha,d), (\alpha,\beta)$ respektive.

B) Beräkna dess medellängder i de tre olika fallen.

Ulf Persson
21/3 2006
Skrivningsvakt: Marcus Warfheimer `tel: 0762 721861`

50 poäng eller mer ger garanterat godkänt på kursen

75 poäng eller mer ger garanterat väl godkänt på kursen.

---

[1]En korda är unikt bestämd av sin mittpunkt, såvida den inte råkar vara en diameter, d.v.s. en korda som går genom cirkelns mittpunkt, men dessa kan vi ignorerar i sammanhanget