

# Tentamensskrivning

MAN230

Flervariabelanalys

Tisdag den 15 augusti, 2006

8.30 - 13.30

- 1 [5] Bestäm  $a, b$  så att vektorfältet

$$(x^3 + ax^2y + bxy^2 + 2y^3, 2x^3 + ax^2y + bxy^2 + y^3)$$

är konservativt och finn därefter en potential  $U(x, y)$

- 2 [10] Bestäm tangentlinjen till den kurva som ges av snittet mellan sfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  och ellipsoiden  $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 9$  i punkten  $(1, 1, 1)$

- 3 [10] Beräkna integralen

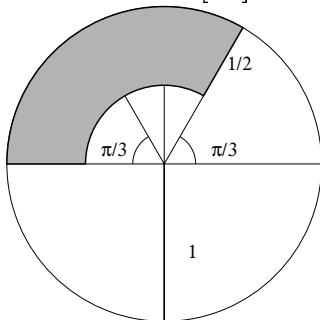
$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xy^2 z^3 dx dy dz$$

- 4 [10] Beräkna integralen

$$\int \int_{\Delta} \sin^3(xy) dx dy$$

där  $\Delta$  är det inre av ellipsen som ges av  $x^2 + 2y^2 < 1$   
(Observera att inga komplicerade uträkningar behöver utföras)

- 5 [10]



Beräkna följande integral genom att utnyttja polära ko-ordinater

$$\int \int_D 1 + \sin(x^2 + y^2) dx dy$$

Där området  $D$  utgöres av den skuggade figuren given till vänster.

- 6 [10] Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} x dx + y^2 dy$$

där  $\gamma$  är cirkelbågen som går från origo till punkten  $(3, 4)$  och med centrum i  $(5, 0)$

**7** [10] Ett flöde ges av  $(x, y^3, z^5)$ . Beräkna det totala flödet ut ur kuben med hörn i de åtta punkterna  $(\pm 2, \pm 2, \pm 2)$

**8** [5,5] En trapetsoid på jordytan (som antas vara sfärisk med radien 6400 km) begränsas av latituderna  $30^\circ$  och  $60^\circ$  och två longituder med differensen  $60^\circ$ .

a) Beräkna ytan av denna trapetsoid!

b) Beräkna ytan av en trapetsoid i planet, vars sidor är lika långa som den sfäriska trapezoidens.

**9** [10] En ask med kvadratisk bas skall tillverkas av guld och silver. Askens lock och dess botten skall vara av silver, medan sidorna skall vara av guld. Om guld är femtio gånger dyrare än silver per ytenhet, hur skall baslängd och höjd proportioneras för att volymen skall vara maximal för en given kostnad?

**10** [15] Beräkna medelvärdet av avståndet i kvadrat mellan två punkter i enhetsskivan.

*Ulf Persson*

9/8 2006

Skrivningsvakt: Marcus Warfheimer tel: 0762 721861

40 poäng ger garanterat godkänt

80 poäng ger garanterat väl godkänt