

Tentamensskrivning

MAN230

Flervariabelanalys

Fredag den 9 maj, 2008

8.30 - 13.30

- 1 [5] Finn gradienten av funktionen

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 1}}$$

- 2 [5] Sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ skär superellipsoiden $x^4 + 2y^4 + 3z^4 = 6$ i en kurva. Finn tangentlinjen till punkten $(1, 1, 1)$ på denna kurva.

- 3 [10] Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D (1 - \cos(x^2 + y^2)) dx dy$$

där D är området $\{x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{2}\}$

- 4 [10] Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} -y dx + x dy$$

där γ är omkretsen av ellipsen $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{5} = 1$

- 5 [10] Låt oss rotera kurvan $y = (x + 1)^3$ runt x -axeln mellan punkterna $x = 0, x = 1$ beräkna såväl arean och volymen av den uppkomna rotationskroppen.

6 [15] Vektorfältet $Pdx + Qdy = (1 + x + y)dx + (1 - (x + y))dy$ är inte konservativt.

a) Finn två olika vägar γ_1, γ_2 mellan punkterna $(0, 0)$ och $(1, 1)$ så att integralerna $\int_{\gamma_1} Pdx + Qdy$ och $\int_{\gamma_2} Pdx + Qdy$ inte är lika.

b) Finn en faktor $e = e(x, y) = e^{ax+by}$ så att $ePdx + eQdy$ är konservativt och utnyttja detta för att enkelt beräkna $\int_{\gamma} Pdx + Qdy$ där γ är det rätta linjestycke som sammanbinder $(0, 0)$ med $(1, 1)$

7 [15] Finn max och minivärdena av polynomet $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$ på enhetscirkelns rand, samt de punkter på vilka de antages.

8 [15] Finn alla kritiska punkter till polynomet

$$(x^3 - 3x)(y^3 - 12y)$$

och avgör deras typ, d.v.s. huruvida de är lokala max, min eller sadelpunkter.

9 [15] Antag att enhetsklotets täthet är proportionell mot $1/d^r$ där d är avståndet till origo. Bestäm de värden på r för vilka klotet får en ändlig massa.

Ulf Persson

5/5 2008

Skrivningsvakt: tel: 076 2721861/2721860

40 poäng ger garanterat godkänt

80 poäng ger garanterat väl godkänt