

**Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp,  
2010 08 21, kl 8.30–13.30.**

1. Ekvationssystemet

$$\begin{cases} x \sin(yz) = 0 \\ 2y \cos(x + y) = 2 \end{cases}$$

bestämmer en kurva i rummet (som skärningen mellan två nivåytor). Bestäm en parametrisering av kurvans tangentlinje i punkten  $(-1, 1, 0)$ . 3p

2. Funktionen

$$f(x, y) = \frac{x - y}{xy - 1}$$

har en stationär punkt i  $(-1, 1)$ . Avgör punktens karaktär i förhållande till funktionen. (Lokalt max/min, sadel eller ingetdera.) 3p

3. Bestäm eventuella största och minsta värden till funktionen

$$f(x, y) = x^2 y e^{-xy}$$

på området i planet som bestäms av  $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y$ . 3p

4. Beräkna

$$\iint_D \frac{x + y}{1 + x^2 + y^2} dx dy,$$

där  $D$  är den del av enhetscirkeln där  $0 \leq y \leq x$ . 3p

5. Bestäm flödet av vektorfältet  $F(x, y, z) = (xy, y + zx, x + z)$  ut genom enhetssfären. 3p

6. Bestäm det arbete som vektorfältet  $F(x, y, z) = (xy, y + z, -xz)$  uträttar när en partikel rör sig längs kurvan  $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ . 3p

7. (a) Vad menas med en potential till ett vektorfält i planet?  
(b) Ange dels ett vektorfält definierat i hela planet som har potential, dels ett sådant som inte har det. Motivera! 1p+2p

8. Antag att funktionen  $f(x, y)$  är av klass  $C^2$ . Visa att  $f''_{xy} = f''_{yx}$ . 3p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V10/>