

**Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp,
2011 03 10, kl 8.30–12.30.**

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till nivåytan $xy + xy^2 = z^2 - 7$ i punkten $(-1, 2, -1)$ om det finns. 3p

2. Lös den partiella differentialekvationen $yf'_x - 2f'_y = x + y$ t.ex. genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u = ax + y^2 \\ v = y \end{cases}$$

för lämplig konstant a . 3p

3. Bestäm de stationära punkterna till funktionen

$$f(x, y) = x^2 + 3xy + xy^2$$

och avgör deras karaktär. 3p

4. Beräkna

$$\iint_D (x - 2)y \, dx \, dy,$$

där D är det begränsade område som innesluts av kurvorna $2 - x - y = 0$ och $x = y^2$. 3p

5. Bestäm flödet per tidenhet av vektorfältet $\mathbf{u}(x, y, z) = (x^2yz^2, xy^2z^2, xyz^3)$ genom den del av enhetssfären där alla koordinater är ≥ 0 , och riktning ”uppåt” räknas positiv. 3p

6. Beräkna kurvintegralen $\int_{\gamma} z^2 \, dx + y(e^{z^2} + 2x) \, dy + y^2ze^{z^2} \, dz$, där γ är kurvan i övre halvrummet som ges av att $z = 1 - y^2$ och $z^2 = x^2 + y^2$, genomlöp ett varv i moturs sett från positiva z -axeln. 3p

7. (a) Vad menas med en potential till ett vektorfält \mathbb{F} i ett område Ω i planet.
(b) Har $\mathbb{F} = (xy, \cos(xy))$ en potential i första kvadranten? 2p+1p

8. (a) Vad menas med gradienten till en funktion $f(x, y)$?
(b) Bestäm lineariseringen av $f(x, y) = x^2y$ i punkten $(2, 1)$? Svara med x och y som variabler!
(c) I vilken riktning växer $f(x, y) = x^2y$ snabbast i punkten $(2, 1)$? 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida: