

**Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp,
2011 06 08, kl 8.30–12.30.**

1. Ange, med en normerad vektor, i vilken riktning funktionen $f(x, y, z) = xz^2 - x - z^2 - y^2$ växer snabbast i punkten $(-3, -3, 1)$. 3p

2. Bestäm största och minsta värdet av funktionen

$$f(x, y) = \frac{y}{2} - \frac{3x}{4} + 3x^2 + y^2,$$

på den slutna begränsade kurva som ges av $2x^2 + 2y^2/3 = 1$. 3p

3. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x, y) = x^2 - x^2y + 2y^2$ och avgör deras karaktär med hjälp av den kvadratiske formen. 3p

4. Bestäm en ekvation för tangentplanet till den parametriserade ytan

$$\mathbf{r}(s, t) = (s, t + st^2, s + t),$$

i punkten $(-2, -3, -3)$. 3p

5. Beräkna

$$\iint_D \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} dx dy,$$

där D ges av olikheterna $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $y \geq x/\sqrt{3}$ och $y \geq -\sqrt{3}x$. 3p

6. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} y(1 + 32x) dx + 8y^2 dy,$$

där γ är kurvan moturs från $(5/4, 0)$ till $(-5/4, 0)$ längs ellipsen $16x^2 + 4y^2 = 25$. 3p

7. (a) Vad menas med en trappfunktion av två variabler som är definierad i en axelparallell rektangel i planet?
(b) Vad menas med att den begränsade funktionen $f(x, y)$ är integrerbar över en rektangel R i planet?
(c) Vad menas med dubbelintegralen av den integrerbara funktionen $f(x, y)$ över rektangeln R i planet? 1p+1p+1p
8. (a) Antag att (a, b) är en stationär punkt till $f(x, y)$. Vad menas med den kvadratiske formen till f i punkten (a, b) ?
(b) Hur klassificeras olika kvadratiske former i två variabler? (Vad kallas de och vad kännetecknar dem?)
(c) Ge exempel på en funktion $f(x, y)$ som har ett lokalt minimum i origo, men där detta inte kan avslöjas med hjälp av den kvadratiske formen? 1p+1p+1p

VÄND!

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V11/>

JAS