MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Dawan Mustafa 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 15:00 och 17:00

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2013 03 15, kl 14:00–18:00.

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten $(1, 2, -1)$ till ytan som ges av ekvationen $5x^2y + 2xz^3 = 2y^2$. 3p

2. Lös differentialekvationen

$$y\frac{\partial f}{\partial x} + 2\frac{\partial f}{\partial y} = x + y$$

t.ex. genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u &= ax + y^2 \\ v &= y, \end{cases}$$

för lämplig konstant a. 3p

3. Motivera att funktionen $f(x, y, z) = x^3 - y^3$ har ett största och ett minsta värde på ellipsskivan $x^2/2 + y^2/4 \leq 1$. Bestäm också dessa värden. 3p

4. Beräkna

$$\iint_D x^2y\,dxdy,$$

där D ges av $x^2 \leq y \leq x$. 3p

5. Kroppen K, som ges av $0 \leq x$, $0 \leq y$, $0 \leq z$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, har i punkten (x, y, z) densiteten $\rho(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$. Bestäm kroppens massa. 3p

6. Ett kraftfältet i planet ges av $\mathbb{F} = (y, 2x + e^{-\sin y})$. Låt γ vara den orienterade kurvan längs över delen av cirkeln $x^2 + y^2 = 4$ från $(2, 0)$ till $(-2, 0)$. Beräkna arbetet som $\mathbb{F}$ uträttar längs γ. 3p

7. Bestäm flödet av vektorfältet $\mathbb{F} = (x + \arctan yz, y, z)$ genom den orienterade yta Y som ges av $0 \leq z$, $z = 1 - x^2 - y^2$ med uppåtriktad normal (positiv tredjekoordinat). 3p

8. Låt $f(x, y)$ vara en $\mathcal{C}^1$-funktion i $\mathbb{R}^2$.

   (a) Vad menas med en stationär punkt till f?

   (b) Hur kan riktningsderivatan till f i punkten (a, b) i riktningen $\vec{v}$ beräknas?

   (c) Är f potential till ett vektorfält i planet?

   Motivera dina svar när det är lämpligt. 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

JAS