MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Anders Martinsson 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 11.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2013 06 05, kl 8.30–12.30.

1. Bestäm riktningsderivatan av funktionen $f(x, y, z) = e^{xy}z$ i punkten $(1, 1, 1)$ i den ritkning som ges av vektorn $(2, -2, 1)$. Ange också i vilken riktning f växer snabbast i punkten $(1, 1, 1)$. 3p

2. Ytorna som ges av ekvationen $xy + z + 2 = 0$ och $x^2 + yz - 4 = 0$ skär varandra längs en kurva i närheten av punkten $(-1, -1, -3)$. Bestäm en parameterframställning av denna kurvas tangent i punkten. 3p

3. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 - x$ och avgör deras karaktär (lokal max/min-punkt eller sadelpunkt). 3p

4. Beräkna
$$\iint_D \frac{x^2 - y^2}{1 + (x + y)^2}\, dx\, dy,$$
där D ges av $-1 \leq x + y \leq 2$, $-1 \leq x - y \leq 2$. 3p

5. En partikel rör sig i planet enligt $(t \cos t\pi, t \sin t\pi)$, där t går från 0 till 1. Beräkna det arbete som kraftfältet $\mathbb{F} = (2xy + 6x^2, 3y^2 + x^2)$ då utför på partikeln. 3p

6. Ytan som ges av $z = 2 - x^2 - y^2$, $0 \leq z$, $0 \leq x \leq y$, har i punkten (x, y, z) densiteten $\rho(x, y, z) = \sqrt{9 - 4z}$. Bestäm ytans massa. 3p

7. Ytan med ekvationen $0 = x^2(y - 1) + z^2 + 8$ har en eller flera punkter som ligger närmast origo. Bestäm vilken eller vilka dessa är. 3p

8. Det arbete vektorfältet $\mathbb{F} = (P, Q, R)$ utför på en partikel som rör sig längs den positivt orienterade randen ∂Y till en orienterad yta Y, kan enligt Stokes sats beräknas med en ytintegral.
   (a) Ange en kurvintegral som beräknar arbetet.
   (b) Ange en ytintegral som beräknar det. Förklara beteckningar du använder.
   (c) Förklara hur du i praktiken beräknar kurvintegralen.

   1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

JAS