MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Anders Martinsson 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 11.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2013 08 31, kl 8.30–12.30.

1. Låt $f(x,y,z) = x^3z+x^2+yz^3$. Ange en ekvation för tangentplanet till nivåytan $f(x,y,z) = 1$ i punkten $(1,-1,1)$. Ange också i vilken riktning funktionen f växer snabbast i samma punkt. 3p

2. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x,y) = x^3 + 3x^2 - 6xy + y^2$ och avgör deras karaktär (lokal max/min-punkt eller sadelpunkt). 3p

3. Lös den partiella differentialekvationen $yf'_x - 2f'_y = x+y$, t.ex. genom att göra varaibelbytet
$$\begin{cases} u &= ax + y^2 \\ v &= y \end{cases}$$
för lämplig konstant a.

4. Beräkna
$$\iint_D (x-2y)e^{x+y}\,dx\,dy,$$
där D är fyrhörningen med hörn i punkterna $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$ och $(-1,1)$. Gör lämpligt variabelbyte! 3p

5. Beräkna den generaliserad dubbelintegralen
$$\iint_D \frac{1}{(1+x^2+2y^2)^2}\,dx\,dy,$$
där D är hela första kvadranten. 3p

6. En partikel förflyttas från punkten $(1,0)$ till $(0,1)$ längs enhetscirkeln i första kavdranten. Beräkna det arbete som kraftfältet $\mathbb{F}(x,y) = (x^2+e^{x+y}, x^2+e^{x+y})$ då uträttar. 3p

7. Ett flöde beskrivs av vektorn $\mathbb{F}(x,y,z) = (xz^2 - yz, x^2 - z^2, y + z^3)$. Beräkna flödet uppåt (i z-led) genom ytan som ges av $z = 1 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 1$. 3p

8. (a) Vad menas med gradienten till en funktion $f(x,y)$?
   (b) Bestäm lineariseringen av $f(x,y) = x^2y$ i punkten $(2,1)$. Svara med x och y som variabler!
   (c) I vilken *riktning* avtar $f(x,y) = x^2y$ snabbast i punkten $(2,1)$? 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

JAS