

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmiddel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Jacob Leander, 0703-088304

Besked om rättning av tentan ges på kurshemsidan.

Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

1. Förenkla så långt som möjligt (3p)

$$\text{a) } \frac{(x^3 + xy^2 - 2x^2y)(x + y)}{x^3 - xy^2}, \quad \text{b) } \frac{\sqrt{(-2)^2(18 - 2)}}{(-2)^3}, \quad \text{c) } \frac{(x + y)^3 - (2x)^3}{x - y}.$$

2. **a)** Är  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  kontinuerlig? **b)** Går  $p(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$  skriva som en produkt  $p(x) = (x - 2)q(x)$  där  $q(x)$  är ett polynom av grad 2? **c)** Lös ekvationen  $1 + \sqrt{x^2 + 5} = 2x$ . **Motivera dina svar!** (3p)

3. **a)** Vilka av likheterna *i)*  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ , *ii)*  $\cos(x - y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$  och *iii)*  $2 \cos x \cos y = \cos(x + y) - \cos(x - y)$  är sanna för alla reella tal  $x$  och  $y$ ? (3p)  
**b)** Skär linjen  $(x, y, z) = (2, 2, -1) + t(1, -3, 1)$  planet  $2x + y + z = 1$ ? **c)** Utgör  $\{(1, -1), (0, 2)\}$  en bas för  $\mathbb{R}^2$ ? **Motivera dina svar!**

4. För vilka  $x$  gäller olikheten  $x + 3 \geq \frac{2x}{x - 2}$ ? (3p)

5. Finn alla lösningar till ekvationssystemet  $\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & k \end{array} \right)$  där  $k$  är ett godtyckligt reellt tal. (3p)

6. Lös ekvationen  $4 \cos^3 x - 8 \sin^2 x - \cos x + 6 = 0$ . (3p)

7. Bestäm planet i  $\mathbb{R}^3$  genom punkterna  $(1, 2, 3)$ ,  $(3, 2, 1)$  och  $(4, 3, 2)$ . Finn också avståndet mellan detta plan och punkten *i)*  $(1, 1, 1)$ , *ii)*  $(1, 3, -1)$ . (4p)

8. Är  $\sqrt{2}$  ett rationellt tal? Bevisa ditt påstående. (3p)