

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosor.

Besked om rättning ges på kurshemsidan.

1. Förenkla så långt som möjligt (3p)

a) $\frac{x-y}{xy-x^2}$, b) $\frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2}{\frac{1}{b} - \frac{b}{a^2}}$, c) $\frac{12x^4 - 2x^5 - 18x^3}{6x^3 + x^4 - x^5}$.

2. a) Är $f(x) = \frac{\ln x}{\sin^2 x - 1}$ kontinuerlig? b) För vilka k av $k = 1$, $k = 3$ och $k = 4$ har ekvationen $|x+2| + |x-1| = k$ oändligt många lösningar? c) Lös ekvationen $\frac{5}{2x-2} - \frac{1}{3x} + \frac{3x+1}{1-x^2} = 0$. **Motivera dina svar!** (3p)

3. a) Vilka av punkterna i) $(1, -1, 2)$, ii) $(5, -3, 4)$, och iii) $(-3, 2, 4)$ ligger på linjen $(x, y, z) = (1, -1, 2) + t(-2, 1, -1)$, $t \in \mathbb{R}$? b) Skär planen $-x + 3y - 2z = 2$ och $2x + y - z = 1$ varandra? c) Utgör $\{(3, -6), (-12, 24)\}$ en bas för \mathbb{R}^2 ? **Motivera dina svar!** (3p)

4. För vilka x gäller olikheten $x + 3 \geq \frac{2x}{x-2}$? (3p)

5. Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & k \end{array} \right)$ där k är ett godtyckligt reellt tal. (3p)

6. Lös ekvationerna i) $4 \sin(2x + 1) = 2$, ii) $\cos 3x + \cos x = 0$. (1+2p)

7. Bestäm på normalform $Ax + By + Cz = D$, ekvationen för planet i \mathbb{R}^3 som innehåller linjen $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(2, 0, -2)$ och punkten $(4, 3, 2)$. Finn också avståndet mellan detta plan och punkten i) $(1, 1, 1)$, ii) $(1, 3, -1)$. (4p)

8. Bevisa med hjälp av formeln för skalärprodukt i koordinatform, subtraktionsatsen för cosinus, $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$. (3p)