

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Christoffer Standard, 0703-088304

Besked om rättning ges på kurshemsidan.

1. Förenkla så långt som möjligt (3p)

$$\text{a) } \frac{135\sqrt{(-3)^2}}{(-3)^3 180}, \quad \text{b) } \frac{x-y}{xy-x^2}, \quad \text{c) } \frac{(x^3+xy^2-2x^2y)}{x^3-xy^2}(x+y).$$

2. **a)** Är funktionen $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ kontinuerlig? **b)** Lös för reella tal x ekvationen $|x^2 - 3| = 3$. **c)** Lös ekvationen $\sqrt{2x+143} = x$. **Motivera dina svar!** (3p)

3. **a)** Gäller $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ för alla $x, y \in \mathbb{R}$? **b)** Är $(1, 2, 3)$ en punkt i/på planet $2x - y + z = 4$? **c)** Utgör för punkterna $(0, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 0, -1)$ motsvarande Ortsvektorer (alltså vektorerna från origo till respektive punkt) en bas för \mathbb{R}^3 ? **Motivera dina svar!** (3p)

4. För vilka x gäller olikheten $x + 3 \geq \frac{2x}{x-2}$? (3p)

5. Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & k \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right)$ där k är ett godtyckligt reellt tal. (3p)

6. Lös ekvationen $\cos^3 x + 3 \sin^2 x - 4 \cos x + 9 = 0$. (3p)

7. Finn ekvationen för ett plan på normalform $Ax + By + Cz = D$ genom tre av punkterna $(1, 1, 1)$, $(2, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, -1, -1)$ och bestäm avståndet från den fjärde punkten till det funna planet. (4p)

8. Avgör om formeln $\cos(x-y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ gäller för alla $x, y \in \mathbb{R}$ och bevisa ditt påstående. (3p)