Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 120613

Skrivtid: 8.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Julia Christopher Smith, 0703-088304
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\int_0^1 x^3(1+x)\,dx$, **b)** $\int 3\sin^2 x\cos x\,dx$, **c)** $\int \cos^3 x\,dx$. (3p)

2. Lös ekvationen $y' = -2xy + 2x,\ y(0) = 2$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' - 4y' + 3y = e^{2x},\ y(0) = y'(0) = 0$. (3p)

4. Beräkna längden av den räta linjen i $\mathbb{R}^2$ mellan punkterna $(1,1)$ och $(4,5)$ dels a) med avståndsformeln för punkter i $\mathbb{R}^2$, dels b) genom att betrakta den räta linjen genom de givna punkterna som en kurva i $\mathbb{R}^2$; funktionskurva eller parameterkurva. (3p)

5. Beräkna gränsvärdet (3p)
$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x\sin x}.$$

6. Beräkna $\int e^{ax}\sin bx\,dx$, där $a,\ b$ konstanter skilda från 0. (3p)

7. Betrakta alla funktioner $y(x)$ som uppfyller integralekvationen
$$y(x) = 1 + \int_0^x ty(t)\,dt, \quad x \geq 0.$$
   (a) Förklara varför det är rimligt att kräva att $y(x)$ ska vara en kontinuerlig funktion. Antyd också vad som möjligen skulle kunna vara ett problem om $y(x)$ ej är kontinuerlig. (1p)
   (b) Lös integralekvationen under förutsättning att $y(x)$ är kontinuerlig. (3p)

8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats. (3p)

vgv

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$