

Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2,

120830

Skrivtid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Dawan Mustafa, 0703-088304

Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.

Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

1. Beräkna a) $\int_0^1 x^3(1+x) dx$, b) $\int 3 \sin^2 x \cos x dx$, c) $\int \cos^3 x dx$. (3p)

2. Lös ekvationen $y' = -2xy + 2x$, $y(0) = 2$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$, $y(0) = y'(0) = 0$. (3p)

4. Beräkna längden av den räta linjen i \mathbb{R}^2 mellan punkterna $(1, 1)$ och $(4, 5)$ dels a) med avståndsformeln för punkter i \mathbb{R}^2 , dels b) genom att betrakta den räta linjen genom de givna punkterna som en kurva i \mathbb{R}^2 ; funktionskurva eller parameterkurva. (3p)

5. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x \sin x}$. (3p)

6. Beräkna $\int e^{ax} \sin bx dx$, där a, b konstanter skilda från 0. (3p)

7. Betrakta alla funktioner $y(x)$ som uppfyller integralekvationen

$$y(x) = 1 + \int_0^x ty(t) dt, \quad x \geq 0.$$

(a) Förklara varför det är rimligt att kräva att $y(x)$ ska vara en kontinuerlig funktion. Antyd också vad som möjligen skulle kunna vara ett problem om $y(x)$ ej är kontinuerlig. (1p)

(b) Lös integralekvationen under förutsättning att $y(x)$ är kontinuerlig. (3p)

8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats. (3p)

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^\xi$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cos \xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + \binom{\alpha}{n+1} x^{n+1} (1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x .

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-k+1)}{k!}$$