Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 130610

Skrivtid: 08.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Jacob Leander, 0703-088304
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\displaystyle\int_0^{\pi/8} \frac{1}{\cos^2(2x)}\,dx$, **b)** $\displaystyle\int \sin^3 x\,dx$, **c)** $\displaystyle\int x\sin x\,dx$. (3p)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = -2y,\ y(0) = 2$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' + 4y = \sin(x)$. (3p)

4. Beräkna längden av grafen av funktionen $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$ för $0 \le x \le 1$. (3p)

5. Beräkna gränsvärdet (4p)
$$\lim_{x\to 0} \frac{(-\cos^2 x + 1)(\cos x - 1)}{x^3 \sin x}.$$

6. Beräkna $\displaystyle\int \cos ax \sin bx\,dx$, där $a,\ b$ är reella konstanter . (3p)

7. Lös följande ODE, $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{2y}$ där $x > 0$, genom att transformera ekvationen till en ny ODE för den nya funktionen $z(x) = \dfrac{y(x)}{x}$ och lös denna ekvation för z så att man slutligen erhåller en lösning y. (3p)

8. Ange en funktion som visar att inte alla funktioner är (Riemann-)integrerbara. Visa att detta angivna exempel verkligen bevisar (beskriv hur) att inte alla funktioner är integrerbara. (3p)

vgv

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$