# Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 140320

Skrivtid: 08.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Vilhelm Adolfsson, 0709-927772
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\int_0^{\pi/10} \sin(5x)\,dx$, **b)** $\int \tan x\,dx$, **c)** $\int \cos\sqrt{x}\,dx$. (3p)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + y = x,\ y(0) = 1$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' + y' - 2y = x$. (3p)

4. Beräkna gränsvärdet (3p)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x - \ln(1+x)}{\cos x - e^{x^2}}.$$

5. Beräkna $\int \frac{3x+1}{x^2+2x+2}\,dx$ (3p)

6. Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \frac{3x^2}{x^2+x-2}$. Bestäm eventuella asymptoter, lokala maxima och minima samt skissa kurvan $y = f(x)$. (3p)

7. **a)** Bestäm det största intervall kring $x = 0$ där funktionen $f(x) = x^5 - 5x + 3$ är inverterbar. Bestäm därefter $(f^{-1})'(3)$. (2p)

   **b)** Betrakta en likbent triangel inskriven i enhetscirkeln (triangeln har alltså alla sina hörn på enhetscirkelns omkrets). Bestäm den maximala rotationsvolym som erhålls då en sådan triangel roterar runt sin symmetriaxel. (2p)

8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats (bägge delarna; om existens av primitiv funktion respektive insättningsformeln för en bestämd integral) (3p)

## Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cos \xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + \binom{\alpha}{n+1} x^{n+1} (1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är $\xi$ ett tal mellan 0 och $x$.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$