Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 140612

Skrivtid: 08.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Anna Persson, 0703-088304
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $6\int_0^{\pi} \cos(6x)\,dx$, **b)** $\int \ln\sqrt{x}\,dx$, **c)** $\int \sin 2x \cos x\,dx$. (3p)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + y = x,\ y(0) = 2$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' + 2y' + y = x$. (3p)

4. Beräkna gränsvärdet (3p)
$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^x)^2 - \cos x}{\arctan x}.$$

5. Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$. Bestäm eventuella asymptoter, lokala maxima och minima samt skissa kurvan $y = f(x)$. (3p)

6. Beräkna $\displaystyle\int \frac{x^3 + 2x^2 + 5x + 1}{x^2 + 2x + 2}\,dx$ (3p)

7. Lös ekvationen $y'' + y = \cos^2(\frac{x}{2})$. (4p)

8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats (bägge delarna; om existens av primitiv funktion respektive insättningsformeln för en bestämd integral) (3p)

vgv

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$