Lösningsförslag MMGK11 Matematik A1, 150216

1a) $\frac{(x^2-y^2)(x-y)}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)(x-y)(x-y)}{(x-y)^2} = x+y$

b) $\frac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{\frac{ad+bc}{b^2d^3}} = \frac{ad+bc}{bd}\cdot\frac{b^2d^3}{ad+bc} = bd^2$

c) $\frac{x^3-7x+6}{x^2+2x-3} = \frac{(x-1)(x^2+x-6)}{(x-1)(x+3)} = \frac{(x-1)(x+3)(x-2)}{(x-1)(x+3)} = x-2$

d) $\frac{x^4-4x^3y+5x^2y^2-3xy^3+y^4}{x^2+y^2-2xy} = \frac{(x-y)(x^3-3yx^2+2y^2x-y^3)}{(x-y)^2} = \frac{x^3-3yx^2+2y^2x-y^3}{x-y} =$

$= \frac{(x-y)(x^2-2yx)-y^3}{x-y} = x^2-2yx-\frac{y}{x-y} = x(x-2y)-\frac{y^3}{x-y}$

2) $x^2+1\le x \iff x^2+1-x\le 0 \iff (x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\le 0 \iff (x-\frac{1}{2})^2\le -\frac{3}{4}$ Svar: Inga $x\in\mathbb{R}$

3) a) $\sin x=\frac{1}{2} \iff x=\frac{\pi}{6}+n2\pi$ eller $x=\pi-\frac{\pi}{6}+n2\pi=\frac{5\pi}{6}+n2\pi$

b) $\cos x=\sin x \iff \cos x=\cos(\frac{\pi}{2}-x) \iff x=\frac{\pi}{2}-x+n2\pi$ eller $x=-(\frac{\pi}{2}-x)+n2\pi$

$\iff 2x=\frac{\pi}{2}+n2\pi$ eller $0=-\frac{\pi}{2}+n2\pi \iff x=\frac{\pi}{4}+n\pi$

4) Då x,y är vinklar i första kvadranten gäller $\sin x=(+)\sqrt{1-\cos^2 x}$ och $\cos y=(+)\sqrt{1-\sin^2 y}$ så enl. additionsformel för $\cos(x+y)=$

$=\cos x\cos y-\sin x\sin y=\frac{1}{2}\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}=0$

5) $\left(\begin{array}{ccc|c}0&-2&2&2\\3&1&-1&2\\1&1&-1&a\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&a\\3&1&-1&2\\0&-2&2&2\end{array}\right)\begin{matrix}-3\\ \\ -\frac{1}{2}\end{matrix}\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&a\\0&-2&2&2-3a\\0&1&-1&-1\end{array}\right)\begin{matrix}\\2\\ \\ \end{matrix}\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&a\\0&1&-1&-1\\0&0&0&-3a\end{array}\right)$ som

har lösning bara då $a=0 \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&0\\0&1&-1&-1\\0&0&0&0\end{array}\right)\begin{matrix}\\-1\\ \\ \end{matrix}\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&1\\0&1&-1&-1\\0&0&0&0\end{array}\right)\Rightarrow$ $z=s$, $y=s-1$, $x=1$ $\Rightarrow$

$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1+s\\s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ en linje i $\mathbb{R}^3$ (på parameterform)

6) a) $\overrightarrow{P_1P_2}=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP_1}=(1,1,0)-(1,0,0)=(0,1,0)$, $\overrightarrow{P_1P_3}=\dots=(-1,0,1) \Rightarrow n=\begin{vmatrix}e_1&e_2&e_3\\0&1&0\\-1&0&1\end{vmatrix}=(1,0,1)$

$\therefore$ planets ekv. $x+z=D$ och $P_1=(1,0,0)\in$ planet $\Rightarrow 1+0=D \Rightarrow$ ekv. $x+z=1$

b) Parallellt plan: $x+z=D$; genom $P_0=(2,5,1) \Rightarrow 2+1=D=3 \Rightarrow$ ekv. $x+z=3$

7) $p(x)=x^{61}+x^{60}-2x^{59}+x^2+x-2$, $\frac{p(x)}{x^2+3x+2}=\frac{p(x)}{(x+1)(x+2)}$ Vi ser att

$p(-1)=-1+1-2(-1)+1-1-2=0$

och $p(-2)=-2^{61}+2^{60}-2(-1)2^{59}+4-2-2=-2^{61}+2^{60}+2^{60}=-2\cdot2^{60}+2\cdot2^{60}=0$

$\therefore \frac{p(x)}{(x+1)(x+2)}=\frac{(x+1)(x+2)q(x)}{(x+1)(x+2)}=q(x)$ så att divisionen alltså går jämnt ut.

8) Se kurslitteraturen