

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Vilhelm Adolfsson, 0709-927772

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

1. Förenkla så långt som möjligt (4p)

$$\text{a) } \frac{(x^2 - y^2)(x - y)}{(x - y)^2}, \quad \text{b) } \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{\frac{ad+bc}{b^2d^3}}, \quad \text{c) } \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 + 2x - 3}, \quad \text{d) } \frac{x^4 - 4x^3y + 5x^2y^2 - 3xy^3 + y^4}{x^2 + y^2 - 2xy}. \quad (3p)$$

2. Finn de  $x \in \mathbb{R}$  sådana att  $x^2 + 1 \leq x$ .

3. Lös ekvationerna a)  $\sin x = \frac{1}{2}$ , b)  $\cos x = \sin x$ . (3p)

4. Antag att  $x, y \in \mathbb{R}$  är vinklar i 1:a kvadranten sådana att  $\cos x = \frac{1}{2}$  och  $\sin y = \frac{1}{2}$ . (3p)  
Bestäm  $\cos(x + y)$ .

5. Finn de  $k \in \mathbb{R}$  för vilka följande ekvationssystem har lösningar, samt bestäm även (3p)  
lösningarna för dessa  $k$ . Ekvationssystemet ges av: 
$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & k \end{array} \right).$$

6. (a) Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna  $P_1 = (1, 0, 0)$ ,  $P_2 = (1, 1, 0)$  och  $P_3 = (0, 0, 1)$ . (2p)

- (b) Bestäm den ekvation för planet som är parallellt med planet i a) men som innehåller punkten  $P_0 = (2, 5, 1)$ . (1p)

7. Avgör om divisionen  $\frac{x^{61} + x^{60} - 2x^{59} + x^2 + x - 2}{x^2 + 3x + 2}$  går jämnt ut; dvs avgör om resten vid division är noll. (3p)

8. Formulera och bevisa Faktorsatsen. (3p)