

MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1,

150608

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Telefon: Jakob Hultgren, 0703-088304

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning. Bonuspoäng från årets kurs, MMGK11, del1, medräknas i resultatet.

1. Förenkla så långt som möjligt (3p)

a) $\frac{(x^2 - y^2)(x - y)}{(x - y)^2}$, b) $\frac{(1 - \frac{y^2}{x^2})}{(1 - \frac{y}{x})^2}$, c) $\frac{\sqrt{6a^3}}{(4a^2)^{1/4}}$. (3p)

2. Lös följande ekvationer exakt

a) $3^x = 3 \cdot 2^x$, b) $3 \ln 2 + \ln(x - 1) = \ln x + \ln 7$, c) $\sin(5x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$.

3. Lös ekvationerna (3p)

a) $\frac{2}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1} = 0$, b) $\sqrt{2x^2 + 7x + 6} - x = 2$.

4. Lös ekvationen $x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0$. (3p)

5. Ange alla eventuella skärningspunkter mellan linjen $y = x + 1$ i \mathbb{R}^2 och cirkeln med medelpunkt $(-2, 3)$ och radie 3. (3p)

6. a) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, (4p)
 b) Skär linjen $(1, 2, -1) + t(1, -2, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ planet π ? c) Skär linjen $(1, 1, -2) + t(1, -2, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ planet π ? d) Vad är avståndet mellan planet π , och linjen i b) respektive linjen i c)?

7. För vilka värden på $k \in \mathbb{R}$, om något, har ekvationen (3p)

$$|x + 1| + |x - 2| - 1 = kx$$

precis en lösning?

8. a) Visa att om $z \in \mathbb{C}$ så är $z\bar{z}$ reellt, b) Härled lösningsformel för andragradsekvationen $x^2 + px + q = 0$ där $p, q \in \mathbb{R}$, den så kallade pq-formeln, samt ge villkor på koefficienterna p och q så att motsvarande lösningar till ekvationen $x^2 + px + q = 0$ ej är reella. (3p)