

MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1,

150821

Examinator: Vilhelm Adolffson

Telefon: Jakob Hultgren, 0703-088304

Skrivtid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning. Bonuspoäng från årets kurs, MMGK11, del1, medräknas i resultatet.

1. Förenkla så långt som möjligt (3p)

$$\text{a) } \frac{\sqrt{6^4} \cdot 2^9}{(4^6)^{1/2} \cdot 9^2}, \quad \text{b) } \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a}{a-b} - 1}, \quad \text{c) } \frac{(x^2 - y^2)(x - y)}{(x - y)^2}.$$

(3p)

2. Lös exakt, om möjligt, följande ekvationer

$$\text{a) } 2^x = 4 \cdot 2^{x-2}, \quad \text{b) } 3 \ln 2 + \ln(x - 1) = \ln x + \ln 8, \quad \text{c) } \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}.$$

3. Lös om möjligt ekvationerna (3p)

$$\text{a) } 2x = 1 + 3 + 5 + \dots + 99, \quad \text{b) } 2x + \sqrt{x^2 + x} = 1.$$

4. Lös om möjligt ekvationen $3 \cdot x^{-2} - 18 \cdot x^{-3} = 1 + 4 \cdot x^{-1}$. (3p)

5. Lös om möjligt olikheten $x + 3 \geq \frac{2x}{x - 2}$. (3p)

6. a) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, -1)$, (4p)

b) Skär linjen $(1, 2, -1) + t(1, -2, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ planet π ? c) Skär planet $x + y - z = 1$ planet π ?

7. Lös för $x \in \mathbb{R}$, om möjligt ekvationen (3p)

$$|x + 1| + |x - 2| + 4 = 2x.$$

8. a) Visa att om $z \in \mathbb{C}$ så är $z\bar{z}$ reellt, b) Härled lösningsformel för andragradsekvationen (3p)

$x^2 + px + q = 0$ där $p, q \in \mathbb{R}$, den så kallade pq-formeln, samt ge villkor på koefficienterna p och q så att motsvarande lösningar till ekvationen $x^2 + px + q = 0$ ej är reella.