

MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1,

160819

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Raad Salman, ankn 5325

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

1. Förenkla så långt som möjligt (2p)

$$\text{a) } \left(\frac{3x^{3/2}y^3}{x^2y^{-1/2}}\right)^{-2}, \quad \text{b) } \frac{x^2}{x^2-4} - \frac{x+1}{x+2}, \quad \text{c) } \frac{y/x - x/y}{1/y - 1/x}.$$

(2p)

2. Finn de $x \in \mathbb{R}$ sådana att a) $|x-4| < 3$, b) $x^2 < 2x+8$, c) $x(x-1)(x+2) > 0$.

3. Avgör för följande likheter om de är sanna eller falska och redovisa argumenten (2p)

$$\text{a) } \frac{1+TC}{C} = 1+T, \quad \text{b) } \frac{1}{x-y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \quad \text{c) } \frac{1/x}{a/x - b/x} = \frac{1}{a-b}.$$

4. Finn ekvationen för linjen i \mathbb{R}^2 genom punkten $(2, -5)$ a) med riktningskoefficient $k = -3$, b) parallell med y -axeln, c) parallell med linjen $2x - 4y = 3$. (3p)

5. Finn om möjligt de $k \in \mathbb{R}$ för vilka följande ekvationssystem inte har någon lösning; samt bestäm även de k för vilka ekvationssystemet har precis tre lösningar. (3p)

$$\text{Ekvationssystemet ges av: } \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & k \end{array} \right).$$

6. Finn i \mathbb{R}^2 a) ekvationen för linjen som tangerar cirkeln $x^2 + y^2 = 1$ i punkten $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, b) ekvationen för cirkeln med medelpunkt (eller mittpunkt) i $(-1, 4)$ och som innehåller punkten $(3, -2)$, c) medelpunkt (eller mittpunkt) och radie för cirkeln med ekvationen $x^2 + y^2 - 6x + 10y = 0$. (3p)

7. a) Omvandla 300° till radianer och $5\pi/6$ till grader, b) betrakta en cirkel med radie 12 längdenheter och däri en cirkelsektor med öppningsvinkel 30° och bestäm cirkelsektorns båglängd som del av cirkelns omkrets, c) lös ekvationerna i) $\sin x = 1$ och ii) $\cos 5x = \sin 5x$. (3p)

8. a) Bestäm ekvationen för det plan i \mathbb{R}^3 som innehåller punkterna $P_1 = (0, 1, -1)$, $P_2 = (1, 0, 0)$ och $P_3 = (1, 1, 1)$, b) bestäm ytterligare två punkter i det plan innehållande punkten $(1, -1, 2)$, som är parallellt med planet i a). (3+1p)

9. Bevisa att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. (3p)