Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 160610

Skrivtid: 08.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Adam Malik, ankn 5325.
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\displaystyle\int \frac{1}{2x^2+1}\,dx$, **b)** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-5x+6}\,dx$, **c)** $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \cos^3 x\,dx$, **d)** $\displaystyle\int e^{\sqrt{x}}\,dx$. (4p)

2. Lös följande ODE a) $y' - y = x,\ y(0) = 0$, b) $y' = y^2$, c) $y'' - 4y' + 3y = 0$. (3p)

3. Lös ekvationen $y'' + y' = -x$. (3p)

4. Beräkna om möjligt gränsvärdet (3p)
$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^x - \cos x)^2}{x \arctan x}.$$

5. Skissa för $x > 0$ det område som begränsas av kurvorna $y = 1/x$, $y = x$ och $y = \frac{1}{4}x$. Beräkna arean av det inneslutna området. (3p)

6. Lös ekvationen $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$. (3p)

7. Avgör om den generaliserade integralen $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}\,dx$ är konvergent eller divergent. (3p)

8. Formulera och bevisa Integral- och differentialkalkylens huvudsats; del 2, om insättningsformeln, räcker det att formulera, den behöver inte bevisas. (3p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cos \xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + \binom{\alpha}{n+1} x^{n+1} (1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$