Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 160826

Skrivtid: 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Johannes Borgqvist, ankn 5325; 031-7725325.
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\displaystyle\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{2x^2+1}\,dx$, **b)** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-3x+2}\,dx$, **c)** $\displaystyle\int e^{\sqrt{x}}\,dx$, **d)** $\displaystyle\int e^x \sin x\,dx$. (4p)

2. Lös följande ODE a) $y' - \frac{1}{x}y = x$, b) $y' = y^2,\ y(0) = 0$, c) $y'' - 4y' + 3y = 0$. (3p)

3. Beräkna om möjligt gränsvärdet (3p)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + 2\cos x - 2}{x^2 - x\ln(x+1)}.$$

4. Skissa det område som begränsas av kurvorna $y = x^2$ och $y = 2x - x^2$. Beräkna arean av det inneslutna området. (3p)

5. Lös om möjligt **TVÅ** av följande tre ODE: (3p)
   a) $y'' - y = x,\ y(0) = 0$, y'(0)=2, b) $y'' - 3y' + 2y = x$,
   c) $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$.

6. Lös ekvationen $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$. (3p)

7. En dag började det snöa. En snöplog skickades ut klockan 12. Den har plogat 2 mil klockan 13 och 3 mil klockan 14. När började det snöa? Antag att snöfallet intensitet är konstant och att plogen plogar en konstant mängd snö per tidsenhet. (3p)

8. Härled informellt Skivformeln respektive Skalformeln, för rotationsvolym runt x-axeln. (3p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \dots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \dots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-k+1)}{k!}$$