Lösningsförslag MMGK11 170213 (1/2)

1) a) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{3}{7}}{\frac{1}{4}-\frac{5}{12}} = \dfrac{\frac{14+9}{3\cdot 7}}{\frac{3-5}{3\cdot 4}} = \dfrac{23\cdot 4\cdot 3}{7\cdot(-2)\cdot 3} = -\dfrac{46}{7}$

b) Ingen lösning ty $|x-2|\geq 0$ så kan ej vara ≤ -1 för något tal $x\in\mathbb{R}$.

c) $|x-2|=1 \Leftrightarrow x=1$ eller $x=3$.

2) a) $D\left(\dfrac{\cos x}{2+\sin x}\right) = \dfrac{-\sin x(2+\sin x)-\cos x(0+\cos x)}{(2+\sin x)^2} = -\dfrac{2\sin x+1}{(2+\sin x)^2}$

b) $D(\sin(x+\sin(2x))) = \cos(x+\sin(2x))(1+2\cos(2x)) = (1+2\cos(2x))\cos(x+\sin(2x))$

c) $p(1) = 12-14-3-5 = -10<0$, $p(2) = 12\cdot 2^4 - 14\cdot 2^3 - 3\cdot 2^2 - 5 = (12-7)2^4 - 12 - 5 > 0$

$\therefore$ enligt Satsen om mellanliggande värde att $\exists\, \xi\in(1,2)$ så $p(\xi)=0$

3) a) $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}+n2\pi$ eller $x = \pi-\frac{\pi}{6}+n2\pi = \frac{5\pi}{6}+n2\pi$

b) $\cos(3x) = \sin(5x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right) \Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2}-5x+n2\pi$

eller $3x = -\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)+n2\pi$ $\therefore$ $x = \frac{\pi}{16}+\frac{n\pi}{4}$ eller $x = \frac{\pi}{4}+n\pi$

c) $\dfrac{x-1}{x+1} < \dfrac{2x-5}{x-1} \Leftrightarrow \dfrac{2x-5}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-x-6}{(x-1)(x+1)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x+1)} > 0$

x		-2		-1		1		3	
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x+1)}$	$+$	0	$-$	ej def	$+$	ej def	$-$	0	$+$

$\Rightarrow$ Svar $\begin{cases} x<-2 \text{ eller} \\ -1<x<1 \text{ eller} \\ x>3 \end{cases}$

4) $\overrightarrow{P_1P_2} = (1,1,1)-(1,0,1) = (0,1,0)$, $\overrightarrow{P_1P_3} = (2,-1,0)-(1,0,1) = (1,-1,-1)$

$\therefore$ $n = \overrightarrow{P_1P_2}\times\overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (-1,-(0),-1) = -(1,0,1)$ $\therefore$ en normal för planet är t.ex. $(1,0,1)$ så planets ekv. är

$x_1+0x_2+1x_3 = D \Rightarrow x_1+x_3 = D$ men $(1,0,1)$ ligger i planet $\Rightarrow$

$1+1 = D = 2 \Rightarrow \boxed{x_1+x_3=2}$ är planets ekvation.

5) Se lösningsförslag till Duggan på GUL.

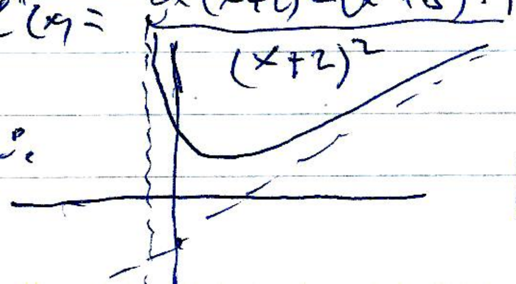
6) $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2} = x-2+\dfrac{9}{x+2}$ så $y=x-2$ är asymptot i

$\pm\infty$. $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$ och $\lim_{x\to -2^\pm} f(x) = \pm\infty$ Vidare är

$f'(x) = \dfrac{2x(x+2)-(x^2+5)\cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{(x-1)(x+5)}{(x-2)^2}$ $\therefore$

x		-5		-2		1	
f'	$+$	0	$-$	ej def	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	-10	$\searrow$		$\searrow$	2	$\nearrow$

$\therefore$



$V_f = \mathbb{R}\setminus(-10,2)$

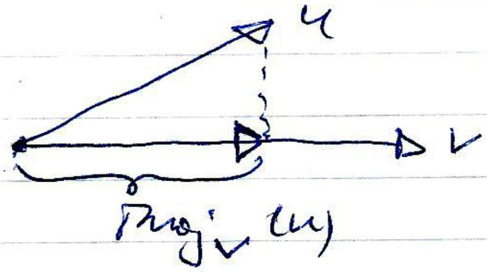
7) $u = \overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1} = (2,0,0) - (1,-1,-1) = (1,1,1)$

$v = \overrightarrow{P_1P_3} = \overrightarrow{OP_3} - \overrightarrow{OP_1} = (2,-1,1) - (1,-1,-1) = (1,0,2)$

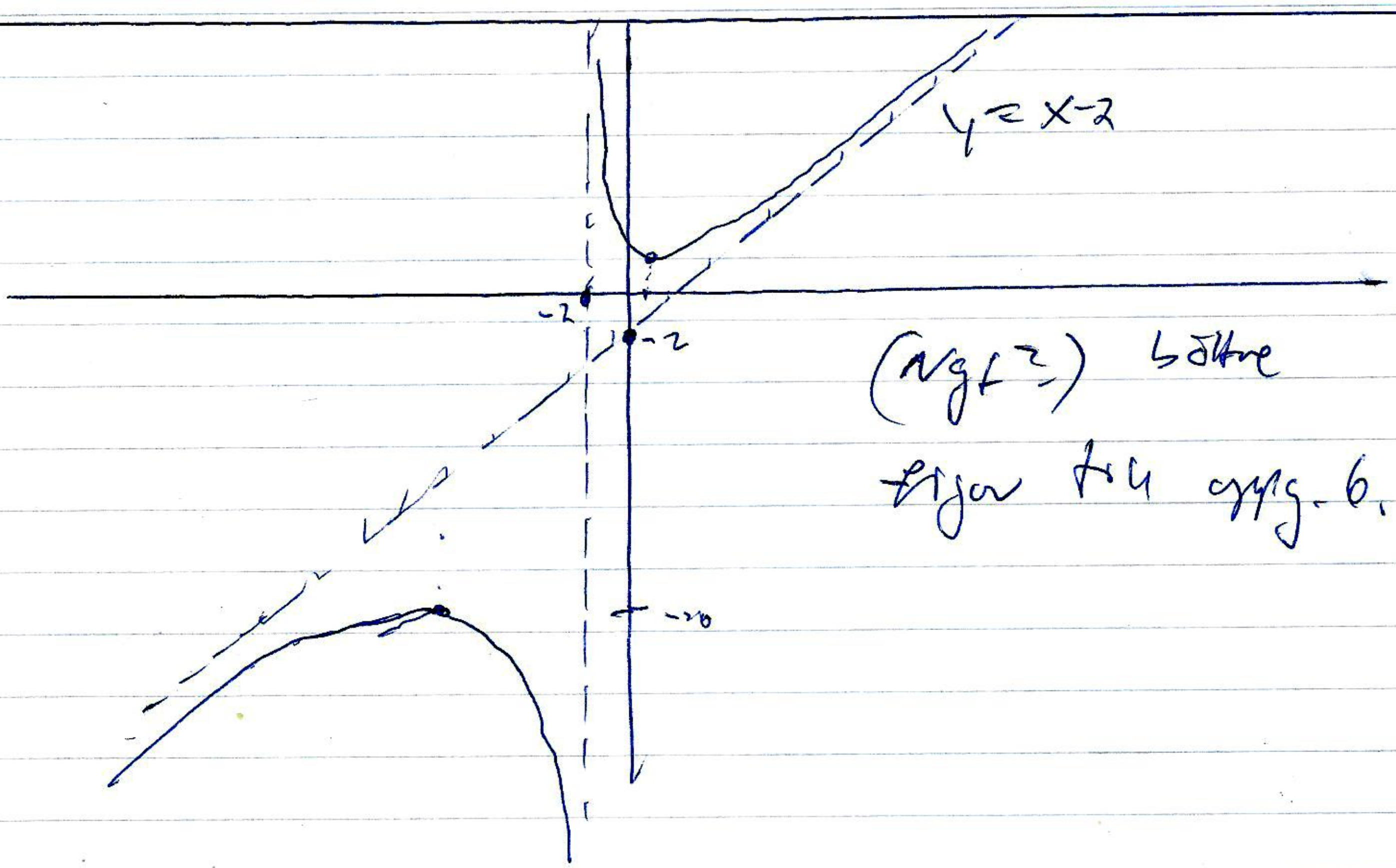
$\mathrm{Proj}_v(u)$ = ortogonalprojektion av u på v =

$$= \frac{u \cdot v}{|v|} \frac{v}{|v|} = \frac{u \cdot v}{|v|^2} v = \frac{3}{(\sqrt{5})^2}(1,0,2)$$

$$= \frac{3}{5}(1,0,2)$$



8) Se kurslitteraturen.



(Ngt ?) bättre figur till uppg. 6.