MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1, 170605

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Sebastian Jobjörnsson, ankn 5325.

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

---

1. a) Förenkla $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{4}{5}}$ så långt som möjligt, b) Lös om möjligt för $x \in \mathbb{R}$, $|x-2| \geq -1$, (3p)
   c) Lös om möjligt för $x \in \mathbb{C}$, $|x-1| = 2$.

2. Derivera följande funktioner: *i)* $\tan x$, *ii)* $\sin(x+\cos(2x))$, samt visa att funktionen $f(x) = \ln(\frac{1}{2} - (x+1)(x-2))$ har ett nollställe i intervallet $[-1,1]$. Har den ett nollställe i intervallet $[-1,0]$? (3p)

3. Lös a) ekvationen $\sin(2x+1) = \dfrac{1}{2}$ samt b) olikheten $\dfrac{1}{x} \geq 2x-1$. (3p)

4. a) Bestäm en normal för planet $x - z = 1$, b) Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna $P_1 = (1,0,-1)$, $P_2 = (2,1,0)$ och $P_3 = (3,-1,1)$, c) Skär planen i a) och b) varandra? (3p)

5. Låt $k \in \mathbb{R}$ och betrakta ekvationssystemet $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & k & 1 \end{array}\right)$. (3p)
   (a) Finns det k, och vilka i så fall, så att ekvationssystemet har precis en unik lösning?
   (b) Finns det k, och vilka i så fall, så att ekvationssystemet har oändligt många lösningar?

6. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas). (3p)

7. Låt linjen ℓ i $\mathbb{R}^3$ vara linjen genom punkten $(1,1,-1)$ med riktningsvektor $(2,0,-1)$. Finn ekvationen för det plan som innehåller linjen ℓ och som har samma avstånd till punkten $P_0 = (2,7,6)$ som linjen ℓ. (3p)

8. (a) Formulera Satsen om mellanliggande värde (den behöver ej bevisas) och skissa en illustrativ bild, (4p)
   (b) Formulera Medelvärdessatsen (den behöver ej bevisas) och skissa en illustrativ bild,
   (c) Antag $a < b$ och att f är definierad på det öppna intervallet (a,b), och att f har ett extremvärde i en punkt $c \in (a,b)$. Bevisa att om $f'(c)$ existerar så är $f'(c) = 0$.