MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1, 170818

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Tim Cardilin, ankn 5325.

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

---

1. a) Ange ett rationellt tal som inte ett heltal, och ange ett komplext tal på den vanliga standardformen, så kallad Cartesisk form. b) Förenkla $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{3/2}{5}}{-\frac{1/3}{5}+\frac{2}{3}}$ så långt som möjligt. c) Finn om möjligt de reella tal x sådana att $|x-2|=1$ och $|x+1|\leq 2$. (3p)

2. Derivera följande funktioner: *i)* $\sin(2x)$, *ii)* $\tan x$, *iii)* $\sin(x+\ln x)$. (3p)

3. Lös för $x\in\mathbb{R}$, a) ekvationen $\sin 2x=\dfrac{1}{2}$, b) ekvationen $\cos 3x=\sin x$, samt c) olikheten $|x-1|>|x-2|$. (3p)

4. a) Bestäm en normal för planet $x-y+z=1$, b) Bestäm ekvationen för det plan i $\mathbb{R}^3$ som innehåller punkterna $P_1=(0,0,1)$, $P_2=(1,0,0)$ och $P_3=(0,1,0)$, c) Är planen i a) och b) parallella? (3p)

5. Finns det något $k\in\mathbb{R}$ så att ekvationssystemet $\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & -3 & -3 & 3\\ 2 & -1 & -1 & 0\\ 3 & 0 & 5k & 3\end{array}\right)$ har åtminstone en lösning? Vilket/vilka är i så fall detta/dessa k? (3p)

6. Skissa grafen till funktionen $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas). Är funktionen omvändbar/inverterbar? (3p)

7. Finn den punkt i planet $x+y+2z=0$ som är den (ortogonala) projektionen av punkten $(1,1,2)$ på planet. (3p)

8. (a) Formulera Satsen om mellanliggande värde (den behöver ej bevisas) och skissa en illustrativ bild, (4p)
   (b) Formulera Medelvärdessatsen (den behöver ej bevisas) och skissa en illustrativ bild,
   (c) Antag $a<b$ och att f är definierad på det öppna intervallet (a,b), och att f har ett extremvärde i en punkt $c\in(a,b)$. Bevisa att om $f'(c)$ existerar så är $f'(c)=0$.