1) a) $\underline{\underline{\sqrt{2}}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, b) $\dfrac{\frac{3}{2}-3\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{2}\right)}{\frac{-4/3}{3}+\frac{1}{4}} = \dfrac{-\frac{2}{3}}{-\frac{2}{9}+\frac{1}{4}} = \dfrac{-\frac{2}{3}}{\frac{-8+9}{9\cdot 4}} =$

$= -\frac{2}{3}\cdot 9\cdot 4 = \underline{\underline{-24}}$ c) $|x+2| = |x-(-2)| \geq 2 \Leftrightarrow$ avståndet mellan x och -2 är större än eller lika med $2 \Leftrightarrow x \leq -4$ eller $x \geq 0$.

2) i) $f'(x) = -\sin(3x-1)\cdot 3$, ii) $D\tan(x^2+1) = (1+\tan^2(x^2+1))(2x)$ $= 2x(1+\tan^2(x^2+1))$ iii) $D\ln|x+\cos(2x)| = \dfrac{1}{x+\cos(2x)}(1-2\sin(2x))$

3) a) $f(x) = 1/x$ är kontinuerlig b) T ex. $h(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

c) Om $1 \leq x \leq 3$ så är avståndet mellan x och 1 plus avståndet mellan x och 3 lika med avståndet mellan 1 och 3 som ju är två; vi har alltså för $1 \leq x \leq 3$ att $|x-1|+|x-3| = 2$ är sann. Om $x < 1$ eller $x > 3$ så är ju avståndet mellan x och 3 respektive avståndet mellan x och 1 > än 2 så $|x-1|+|x-3| > 2$ så likheten ej sann. d.v.s. Svar: $1 \leq x \leq 3$

4) a) Planet $x-y-z=1$ har en normal $n=(1,-1,-1)$

b) Vi observerar att P_1, P_2 och P_3 alla ligger i planet i a) så sökt plan i b) är alltså $x-y-z=1$. Annars har vi $\overrightarrow{P_1P_2} = (1,0,0)-(1,1,-1) = (0,-1,1)$ och analogt $\overrightarrow{P_1P_3} = (1,-1,2)$

så normal till sökt plan ges av $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} =$
$= (-1, -(-1), 1) = -(1,-1,-1)$ och vi kan ta $n = (1,-1,-1)$ som normal till sökt plan: $x-y-z = D$ och då $P_2 \in$ planet får vi $1 = D = 1-0-0$ så sökt plan: $x-y-z=1$

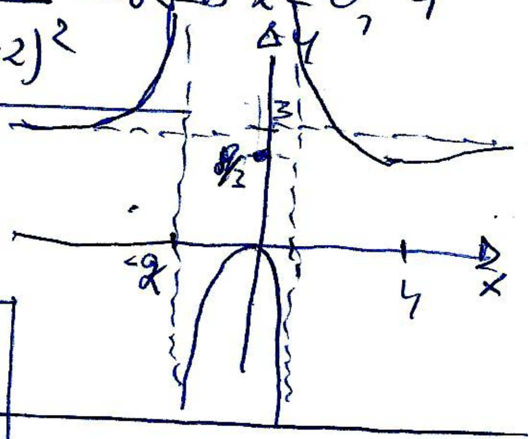
5) $\begin{pmatrix}2&-1&1&|&h\\1&1&-1&|&1\\3&2&-2&|&3\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1&1&-1&|&1\\2&-1&1&|&h\\3&2&-2&|&3\end{pmatrix} \begin{matrix}-2 & -3\end{matrix} \sim \begin{pmatrix}1&1&-1&|&1\\0&-3&3&|&h-2\\0&-1&1&|&0\end{pmatrix} \begin{matrix}-1 & 3\end{matrix} \sim \begin{pmatrix}1&1&-1&|&1\\0&0&0&|&h-2\\0&-1&1&|&0\end{pmatrix}$

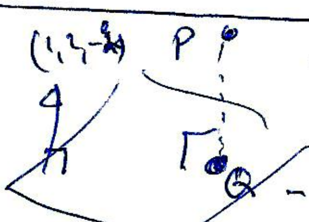
$\sim \begin{pmatrix}1&1&-1&|&1\\0&1&-1&|&0\\0&0&0&|&h-2\end{pmatrix}$ ∴ Ekv. systemet har antingen ingen lösning (om $h \neq 2$) eller oändligt många lösningar (om $h = 2$); aldrig precis en unik lösning

6) $f(x) = 3x^2/(x-1)(x+2)$ så $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$. Vi ser $\lim_{x \to 1^\pm} f(x) = \begin{cases}\infty \\ -\infty\end{cases}$ och $\lim_{x \to -2^\pm} f(x) = \begin{cases}-\infty \\ \infty\end{cases}$ så att $x = 1$ och $x = -2$ lodräta asymp. Vi drar gränsen $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{3}{(1-\frac{1}{x})(1+\frac{2}{x})} = 3$ så $y = 3$ är vågrät asymptot i båda $\pm\infty$. Vi ser också

$$f'(x) = 3\,\frac{2x(x^2+x-2) - x^2(2x+1)}{(x^2+x-2)^2} = 3\,\frac{x^2-4x}{(x^2+x-2)^2} = 0 \iff x = 0,\ 4$$

x		-2		0		1		4	
f'	$+$	ej def	$+$	0	$-$	ej def.	$-$	0	$+$
f	↗		↗	0	↘		↘	$8/3$	↗



7) 

Linjen: $(x,y,z) = (1,-3,2) + t(1,2,-2)$

Skärningspkt Q:

$-6 = 1 + t + 2(-3+2t) - 2(2-2t) = -9 + 9t \Rightarrow t = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

∴ Q: $(x,y,z) = (1,-3,2) + \frac{1}{3}(1,2,-2) \Rightarrow |\vec{PQ}| = |\vec{OQ} - \vec{OP}| =$

$= \left|(1,-3,2) + \frac{1}{3}(1,2,-2) - (1,-3,2)\right| = \left|\frac{1}{3}(1,2,-2)\right| = \frac{1}{3}\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2} =$

$= \frac{1}{3}\sqrt{9} = 1$

8) a) $p(x) = 56x^3 - 675x^2 + 664x - 165$ polynom så kontinuerlig. Vi har $p(0) < 0 < p(\frac{1}{2})$ så vi har att 0 mellanliggande värde för den kontinuerliga funktionen $p(x)$; alltså finns enligt satsen om mellanliggande värde ett $\xi \in (0, 1/2)$ s.a. $p(\xi) = 0$; dvs vi har ett nollställe till $p(x)$ i $(0, 1/2)$.

b) $\frac{f(2) - f(0)}{2-0} = \frac{1-0}{2} =$ (enl. MVS) $=$

$= f'(a)$ för ngt a mellan 0 och 2.

c) Se kursliteraturen.