MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1, 180212

Examinator: Vilhelm Adolfsson
Skrivtid: 8.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Vilhelm Adolfsson, 5307, (031-7725307)
Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

---

1. **a)** Ange ett irrationellt reellt tal, dvs ett reellt tal som inte är rationellt, **b)** Förenkla $\dfrac{\frac{3}{2}-3(\frac{2}{9}+\frac{1}{2})}{\frac{-2/3}{3}+\frac{1}{4}}$ så långt som möjligt, **c)** Finn de $x \in \mathbb{R}$ sådana att $|x+2| \geq 1$. (3p)

2. Derivera följande funktioner: **i)** $\cos(3x-1)$, **ii)** $\tan(x^2+1)$, **iii)** $\ln|x+\cos(2x)|$. (3p)

3. **a)** Är funktionen $f(x) = \dfrac{1}{x}$ kontinuerlig?, **b)** Ge ett exempel på en funktion $f(x)$ sådan att $f'(x) = 0$ men f ej konstant, **c)** Lös för $x \in \mathbb{R}$ ekvationen $|x-1|+|x-3| = 2$. (3p)

4. **a)** Vad är normalen till planet $x - y - z = 1$, **b)** Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna $P_1 = (1, 1, -1)$, $P_2 = (1, 0, 0)$ och $P_3 = (2, 0, 1)$. (3p)

5. Låt $h \in \mathbb{R}$ och betrakta ekvationssystemet $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & h \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \end{array}\right)$. För vilket/vilka h har ekvationssystemet precis en unik lösning? (3p)

6. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2+x-2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas). (3p)

7. Beräkna avståndet mellan punkten $(1, -3, 2)$ och planet $x + 2y - 2z = -6$. (3p)

8. (1+1+2p)
   (a) Visa att $p(x) = 56x^3 - 675x^2 + 664x - 165$ har ett nollställe i intervallet $[0, 1/2]$,
   (b) Antag att $f(x)$ är deriverbar på intervallet $[-4, 4]$ och att $f(0) = f(1) = 0$ och $f(2) = 1$. Visa att det finns en punkt a i intervallet sådan att $f'(a) = \dfrac{1}{2}$,
   (c) Antag $a < b$ och att f är definierad på det öppna intervallet (a, b), och att f har ett extremvärde i en punkt $c \in (a, b)$. Bevisa att om $f'(c)$ existerar så är $f'(c) = 0$.