MMGK11, Naturvetarmatematik A1, del1, 180824

Examinator: Vilhelm Adolfsson

Skrivtid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Carl Lundholm, 5325, (031-7725325)

Besked om rättning ges på kurshemsidan. Alla svar ska motiveras med redovisande lösning.

---

1. **a)** Ange ett primtal större än 10, samt ett annat primtal större än 20, **b)** Förenkla så långt som möjligt *i)* $\sqrt{(-2)^2}$, *ii)* $\sqrt{(+2)^2}$, och *iii)* $(\sqrt{2})^2$, **c)** Finn de $x \in \mathbb{R}$ sådana att $|x+2| = 1$. (3p)

2. Derivera följande funktioner: **i)** $\tan 3x$, **ii)** $\tan |x^2+1|$, **iii)** $e^{\tan(x^2+1)}$. (3p)

3. **a)** Avgör om funktionen $\sqrt{1+(\frac{1}{x})^2}$ är kontinuerlig, och förklara utförligt ditt svar, **b)** Lös för $x \in \mathbb{R}$ olikheten $|x-1| + |x-3| < 2$, **c)** Lös för $x \in \mathbb{R}$ olikheten $|x-1| + |x-3| < -2$. (3p)

4. Låt $a_{i,j},\ b_i \in \mathbb{R}$ och betrakta det inhomogena ekvationssystemet (3p)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} & b_1 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & b_2 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & b_3 \end{array}\right)$$
med tre ekvationer och fyra obekanta. Hur många lösningar kan ekvationssystemet ha; och förklara varför?

5. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten $(1,1,1)$ och som **ej** skär planet $x - y + 2z = 1$. (3p)

6. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2+x-2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas). (4p)

7. Beräkna för punkterna $P_1 = (0,-1,2)$ och $P_2 = (1,-3,2)$ de respektive punkter i planet $x + 2y - 2z = -6$ som ligger närmast dem. (3p)

8. Antag $a < b$ och att f är definierad på det öppna intervallet (a,b), och att f har ett extremvärde i en punkt $c \in (a,b)$. Bevisa att om $f'(c)$ existerar så är $f'(c) = 0$. (3p)

VA