

## Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2,

170609

Skrivtid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Ivar Simonsson, ankn 5325.

Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.

Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

- 
1. Skissa det begränsade område som begränsas av positiva x-axeln och graferna till funktionerna  $y = 2x$  och  $y = 3 - x^2$ . Beräkna arean av det inneslutna området. (2p)
  2. Beräkna följande bestämda och obestämda integraler: (5p)
    - a)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ , b)  $\int_{-4}^4 e^x - e^{-x} dx$ , c)  $\int \frac{1}{e^x + 1} dx$ , d)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos t}{(2 + \sin t)^2} dx$ , e)  $\int x \cos x dx$ .
  3. Lös följande ODE: a)  $y' - \frac{1}{x}y = x$ , b)  $y' = y^2$ ,  $y(0) = 0$ . (2+2p)
  4. Lös differentialekvationen (3p)
$$y'' + 7y' + 10y = e^x.$$
  5. Beräkna a)  $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 1}{x^2 + 4x + 5} dx$ , b)  $\int \sqrt{1 - x^2} dx$ . (3p)
  6. Beräkna om möjligt gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{(\sin x) \ln(1 + x^2)}$ . (3p)
  7. En behållare på 1000 liter är fylld med vatten och 50 kg salt; upplöst och välblandat i behållaren. (3p)  
Behållaren tillförs 10 liter per minut av en vattenblandning innehållande 10 gram salt per liter. Samtidigt avtappas från behållarens välblandade vatten 10 liter per minut; så att behållarens innehåll hela tiden är konstant 1000 liter. Hur mycket salt innehåller behållaren efter 40 minuter?
  8. Formulera och bevisa satsen om partialintegration för bestämda integraler. (2p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

## Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^\xi$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cos \xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + \binom{\alpha}{n+1} x^{n+1} (1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är  $\xi$  ett tal mellan 0 och  $x$ .

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-k+1)}{k!}$$