Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 170825

Skrivtid: 14.00-18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Zuzana Nedelkova, ankn 5325.
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Skissa en figur och beräkna arean av det begränsade område som innesluts av graferna till funktionerna $y = x$ och $y = x^2$. (3p)

2. Beräkna följande bestämda och obestämda integraler: (5p)
   a) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$, b) $\displaystyle\int \sqrt{1-x}\,dx$, c) $\displaystyle\int \frac{1}{4x^2+1}\,dx$, d) $\displaystyle\int \frac{x}{4x^2+1}\,dx$, e) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x+x^2}\,dx$.

3. Lös följande ODE: a) $y' = y^2 + 1$, b) $y' - xy = e^{x^2/2}$, c) $y'' - 2y' + y = 0$. (1+2p)

4. Beräkna $\displaystyle\int \cos\sqrt{x}\,dx$. (3p)

5. Lös differentialekvationerna a) $y'' + 7y' + 10y = e^x$, b) $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$. (3p)

6. Beräkna den volym som arean i uppgift 1 ovan, ger upphov till vid rotation runt x-axeln. (3p)

7. Beräkna om möjligt gränsvärdet $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{1+x-e^x}$. (3p)

8. Härled informellt Skivformeln och Skalformeln för rotationsvolym runt x-axeln. (2p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$