Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 180315

Skrivtid: 08.30-12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Vilhelm Adolfsson, ankn 5307.
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$, **b)** $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\,dx$, **c)** $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$, **d)** $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$, (4p)
   e) $\int \frac{1}{x+x^2}\,dx$, **f)** $\int_0^{\pi/2} xe^x\,dx$.

2. Lös följande ODE: a) $y' = \frac{2}{x}y + x^2$, b) $y' = 2xy^2$, (3p)
   c) $y'' - 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0$.

3. Lös följande två ekvationer: a) $y'' + y' - 2y = e^{-x}$, b) $y'' + y' - 2y = e^x$ (1+2p)

4. Beräkna följande gränsvärde: $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x^2)}{(1-\cos x)^2}$. (3p)

5. Bestäm volymen av en boll i $\mathbb{R}^3$ med radie r och bevisa ditt påstående. (3p)

6. Beräkna $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (x+1)|\tan x|\,dx$. (3p)

7. Lös följande BVP för ODE: $y'' - (y')^2 + y'(y-1) = 0, \quad y(0) = y'(0) = 2$. (3p)

8. Formulera och bevisa Integral- och Differentialkalkylens huvudsats; båda delarna. (3p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$