Naturvetarmatematik A1, MMGK11, del2, 180830

Skrivtid: 14.00-18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Milo Viviani, ankn 5325.
Besked om rättning av tentan ges på kurshemsida.
Skriv kurs och inskrivningsår på omslaget; skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

---

1. Beräkna **a)** $\int \sqrt{1-x}\,dx$, **b)** $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$, **c)** $\int x\cos x\,dx$, **d)** $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin(2x)}{(5-\cos x)^3}\,dx$. (4p)

2. Lös följande ODE: a) $y' = -y + x$, b) $y' = y^2 + 1$, c) $y'' - 5y' + 6y = 6x + 1$. (3p)

3. Avgör om $\int_0^\infty \frac{x}{x^{3/2} + x^{5/2}}\,dx$ är konvergent eller divergent; förklara noga. (3p)

4. Betrakta arean $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 2 \le x \le 3,\ 0 \le y \le 1\}$ och beräkna den volym som denna area i planet ger upphov till då den roteras runt a) x-axeln, b) y-axeln. (3p)

5. Beräkna följande gränsvärde: $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2) - x\arctan x}{(1-\cos x)^2}$. (3p)

6. Ett gäng bananflugor samlades in och var en timme senare 128 stycken. Populationen förökar sig som vanligt snabbt och var efter ytterligare en timme, 512 st. Förökningshastigheten är proportionell mot populationens storlek. Hur många bananflugor samlades ursprungligen in? (3p)

7. Lös följande ODE: $xy' - x^2y = x^4y^2$. (3p)

8. a) Formulera och bevisa formeln för partialintegration, PI, b) Visa att termerna a_k i en konvergent serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$, går mot noll då k går mot oändligheten. (3p)

Maclaurinutvecklingar på baksidan, vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n}x^n + \binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$