

Tentamen i Naturvetarmatematik B MMGK20 (MAN 120)
Linjär Algebra 16 januari 2008 8.30 – 13.30
Telefonvakt: Martin Berglund, 076 – 272 1861

Motivera alla lösningar noggrant!

1. Bestäm ON-baser för kolonnrum respektive nollrum till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & -4 & -4 \\ 7 & -6 & 2 \end{pmatrix} \quad (4p)$$

2. Lös ekvationssystemet $Ax = b$ där $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Lös sedan samma system med hjälp av minsta kvadratmetoden.
Kan man vara säker på att lösningarna alltid blir desamma? Motivera! (4p)

3. Bestäm matrisen till den avbildning som gör att triangeln T med hörn i punkterna $(1,1)$, $(1,4)$ och $(4,1)$ avbildas på triangeln \hat{T} med hörn i $(3,5)$, $(9,17)$ och $(6,8)$.

Beräkna arean av T .

Beräkna med hjälp av detta arean av \hat{T} .

(4p)

4. Låt $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Ange villkor på elementen a , b , c och d som garanterar att M endast har reella egenvärden.

Verifiera att symmetriska matriser uppfyller villkoren.

Ange en icke-symmetrisk matris som uppfyller villkoren.

(4p)

5. Visa att matrisen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k^3 & -3k^2 & 3k \end{pmatrix}$ inte är diagonaliserbar för något reellt värde på konstanten k . **(5p)**

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska:

- a) Om AA' är inverterbar är också A inverterbar.
- b) Om $A+B$ är symmetrisk måste både A och B vara symmetriska.

(A och B är lika stora kvadratiska matriser.)

Motivera svaren!

(4p)