

ÖVERSIKT

Funktioner

- Funktionsbegreppet
- Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

- Linjära funktioner
- Polynomfunktioner
- Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

- Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

- Narurliga logaritmen
- Räkneregler

Översikt

Funktioner

Funktionsbegreppet

Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

Linjära funktioner

Polynomfunktioner

Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

Narurliga logaritmen

Räkneregler

FUNKTIONSBEGREPPET

En *funktion* är en regel som till vissa av de reella talen ordnar (till vart och ett av dem) ett bestämt värde.

- ▶ Om regeln betecknas f så betyder $f(x)$ värdet av regeln i talet x .
- ▶ Den samling av tal x som regeln kan användas på kallas funktionens *defintionsmängd*.
- ▶ Den samling av värden man kan få genom att använda regeln är *värdemängden*.

FUNKTIONSBEGREPPET

En *funktion* är en regel som till vissa av de reella talen ordnar (till vart och ett av dem) ett bestämt värde.

- ▶ Om regeln betecknas f så betyder $f(x)$ värdet av regeln i talet x .
- ▶ Den samling av tal x som regeln kan användas på kallas funktionens *defintionsmängd*.
- ▶ Den samling av värden man kan få genom att använda regeln är *värдемängden*.

FUNKTIONSBEGREPPET

En *funktion* är en regel som till vissa av de reella talen ordnar (till vart och ett av dem) ett bestämt värde.

- ▶ Om regeln betecknas f så betyder $f(x)$ värdet av regeln i talet x .
- ▶ Den samling av tal x som regeln kan användas på kallas funktionens *defintionsmängd*.
- ▶ Den samling av värden man kan få genom att använda regeln är *värdemängden*.

Översikt

Funktioner

Funktionsbegreppet

Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

Linjära funktioner

Polynomfunktioner

Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

Narurliga logaritmen

Räkneregler

ATT ANGE EN FUNKTION

- ▶ Formel(formler) för att beräkna $f(x)$ utgående från x .
- ▶ Beskriva $f(x)$ genom att ange en tabell.
- ▶ I ord tala om vad $f(x)$ ska vara utgående från x .

ATT ANGE EN FUNKTION

- ▶ Formel(formler) för att beräkna $f(x)$ utgående från x .
- ▶ Beskriva $f(x)$ genom att ange en tabell.
- ▶ I ord tala om vad $f(x)$ ska vara utgående från x .

ATT ANGE EN FUNKTION

- ▶ Formel(formler) för att beräkna $f(x)$ utgående från x .
- ▶ Beskriva $f(x)$ genom att ange en tabell.
- ▶ I ord tala om vad $f(x)$ ska vara utgående från x .

Översikt

Funktioner

Funktionsbegreppet

Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

Linjära funktioner

Polynomfunktioner

Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

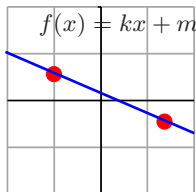
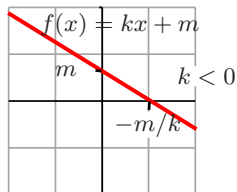
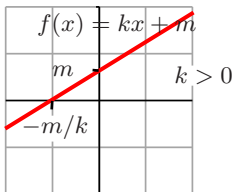
Narurliga logaritmen

Räkneregler

LINJÄRA FUNKTIONER

$$f(x) = kx + m,$$

där k och m är fixa tal (konstanter).

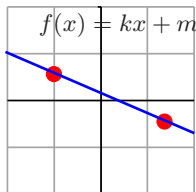
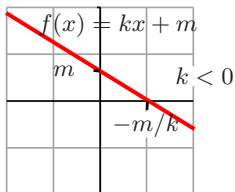
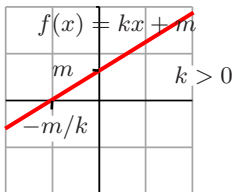


- ▶ Grafen är en rät linje genom m på lodräta axeln.
- ▶ Talet k är linjens *riktningskoefficient* och anger lutningen på linjen.
- ▶ Linjär funktion bestämd av värde i två tal.

LINJÄRA FUNKTIONER

$$f(x) = kx + m,$$

där k och m är fixa tal (konstanter).

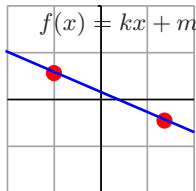
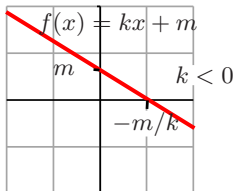
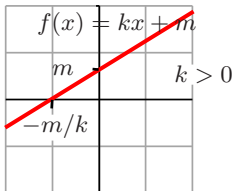


- ▶ Grafen är en rät linje genom m på lodräta axeln.
- ▶ Talet k är linjens *riktningskoefficient* och anger lutningen på linjen.
- ▶ Linjär funktion bestämd av värde i två tal.

LINJÄRA FUNKTIONER

$$f(x) = kx + m,$$

där k och m är fixa tal (konstanter).

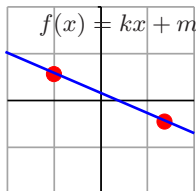
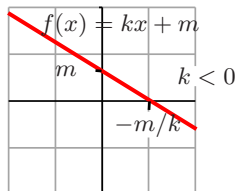
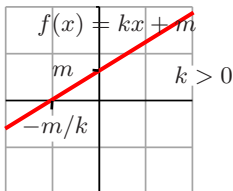


- ▶ Grafen är en rät linje genom m på lodräta axeln.
- ▶ Talet k är linjens *riktningskoefficient* och anger lutningen på linjen.
- ▶ Linjär funktion bestämd av värde i två tal.

LINJÄRA FUNKTIONER

$$f(x) = kx + m,$$

där k och m är fixa tal (konstanter).



- ▶ Grafen är en rät linje genom m på lodräta axeln.
- ▶ Talet k är linjens *riktningskoefficient* och anger lutningen på linjen.
- ▶ Linjär funktion bestämd av värde i två tal.

Översikt

Funktioner

Funktionsbegreppet

Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

Linjära funktioner

Polynomfunktioner

Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

Narurliga logaritmen

Räkneregler

POLYNOM

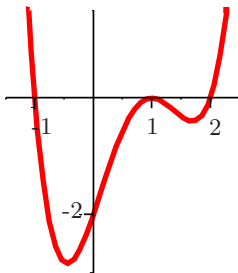
- ▶ $f(x) = x^n$, där n är ett *positivt* heltal kallas ett monom.
- ▶ Ett polynom är en summa av monom multiplicerade med tal (koefficienter).
- ▶ Nollställen, teckenväxlingar och grad är viktiga för polynom.

POLYNOM

- ▶ $f(x) = x^n$, där n är ett *positivt* heltal kallas ett monom.
- ▶ Ett polynom är en summa av monom multiplicerade med tal (koefficienter).
- ▶ Nollställen, teckenväxlingar och grad är viktiga för polynom.

POLYNOM

- ▶ $f(x) = x^n$, där n är ett *positivt* heltal kallas ett monom.
- ▶ Ett polynom är en summa av monom multiplicerade med tal (koefficienter).
- ▶ Nollställena, teckenväxlingar och grad är viktiga för polynom.



Översikt

Funktioner

Funktionsbegreppet

Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

Linjära funktioner

Polynomfunktioner

Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

Narurliga logaritmen

Räkneregler

RATIONELLA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

där p och q är polynom.

- ▶ Definitionsmängden alla tal utom de som är nollställen till nämnaren.
- ▶ Nollställen till täljaren också viktiga, liksom teckenväxlingar
- ▶ Förhållandet mellan täljarens och nämnarens grad viktig.
- ▶ Ex: $(x + 1)/(x^2 - 2x)$
- ▶

RATIONELLA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

där p och q är polynom.

- ▶ Defintionsmängden alla tal utom de som är nollställen till nämnaren.
- ▶ Nollställen till täljaren också viktiga, liksom teckenväxlingar
- ▶ Förhållandet mellan täljarens och nämnarens grad viktig.
- ▶ Ex: $(x + 1)/(x^2 - 2x)$
- ▶

RATIONELLA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

där p och q är polynom.

- ▶ Definitionsmängden alla tal utom de som är nollställen till nämnaren.
- ▶ Nollställen till täljaren också viktiga, liksom teckenväxlingar
- ▶ Förhållandet mellan täljarens och nämnarens grad viktig.
- ▶ Ex: $(x + 1)/(x^2 - 2x)$
- ▶

RATIONELLA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

där p och q är polynom.

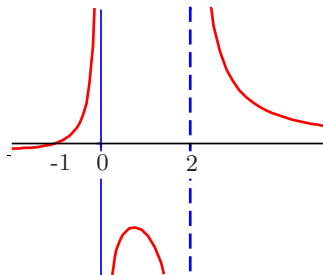
- ▶ Defintionsmängden alla tal utom de som är nollställen till nämnaren.
- ▶ Nollställen till täljaren också viktiga, liksom teckenväxlingar
- ▶ Förhållandet mellan täljarens och nämnarens grad viktig.
- ▶ Ex: $(x + 1)/(x^2 - 2x)$
- ▶

RATIONELLA

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

där p och q är polynom.

- ▶ Definitionsmängden alla tal utom de som är nollställen till nämnaren.
- ▶ Nollställen till täljaren också viktiga, liksom teckenväxlingar
- ▶ Förhållandet mellan täljarens och nämnarens grad viktig.
- ▶ Ex: $(x + 1)/(x^2 - 2x)$



POTENSFUNKTIONER

$$f(x) = kx^a,$$

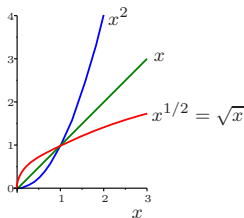
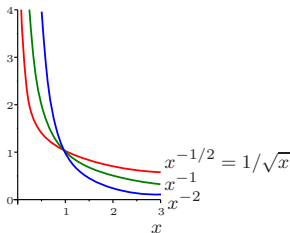
där k och a är givna konstanter.

- ▶ $f(x) = kx^a$ bestämd om man känner dess värde i två punkter.

POTENSFUNKTIONER

$$f(x) = kx^a,$$

där k och a är givna konstanter.

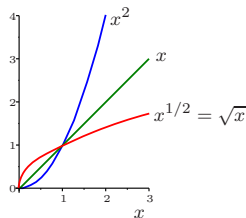
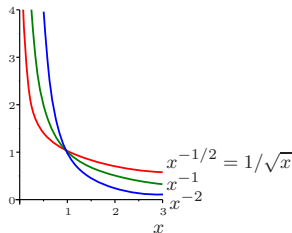


- ▶ Definitionsmängden olika för olika a . Innehåller alltid $(0, \infty)$.
- ▶ x^a är strängt avtagande på $(0, \infty]$ om $a < 0$ strängt växande om $a > 0$.
- ▶ x^a är konkav på $(0, \infty)$ om $0 < a < 1$. Annars konvex.
- ▶ $f(x) = kx^a$ bestämd om man känner dess värde i två punkter.

POTENSFUNKTIONER

$$f(x) = kx^a,$$

där k och a är givna konstanter.

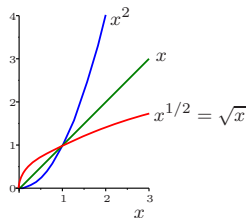
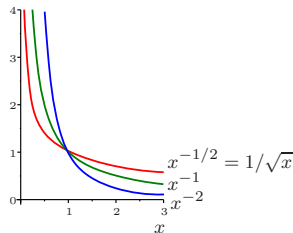


- ▶ Definitionsmängden olika för olika a . Innehåller alltid $(0, \infty)$.
- ▶ x^a är strängt avtagande på $(0, \infty]$ om $a < 0$ strängt växande om $a > 0$.
- ▶ x^a är konkav på $(0, \infty)$ om $0 < a < 1$. Annars konvex.
- ▶ $f(x) = kx^a$ bestämd om man känner dess värde i två punkter.

POTENSFUNKTIONER

$$f(x) = kx^a,$$

där k och a är givna konstanter.



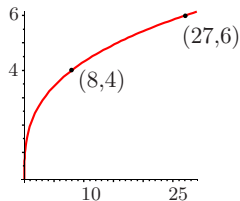
- ▶ Definitionsmängden olika för olika a . Innehåller alltid $(0, \infty)$.
- ▶ x^a är strängt avtagande på $(0, \infty]$ om $a < 0$ strängt växande om $a > 0$.
- ▶ x^a är konkav på $(0, \infty)$ om $0 < a < 1$. Annars konvex.
- ▶ $f(x) = kx^a$ bestämd om man känner dess värde i två punkter.

POTENSFUNKTIONER

$$f(x) = kx^a,$$

där k och a är givna konstanter.

- ▶ $f(x) = kx^a$ bestämd om man känner dess värde i två punkter.



Översikt

Funktioner

- Funktionsbegreppet
- Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

- Linjära funktioner
- Polynomfunktioner
- Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

- Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

- Narurliga logaritmen
- Räkneregler

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

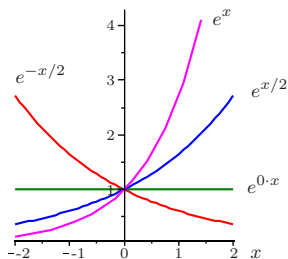
- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1 x}$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.
- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter".

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1 x}$.



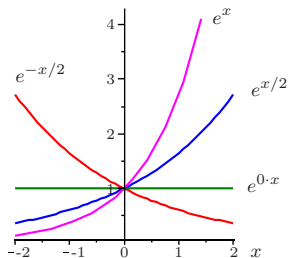
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.
- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter"

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1 x}$.



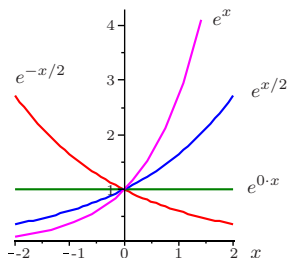
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.
- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter"

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1 x}$.



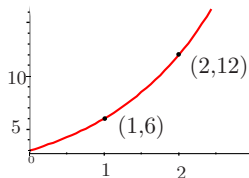
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.
- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter"

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1x}$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.



- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter".

EXPONENTIALFUNKTIONER

$$f(x) = ma^x,$$

där k och $a > 0$ är givna konstanter.

- ▶ Ska se att $f(x) = a^x$ kan skrivas $f(x) = e^{k_1 x}$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är strängt avtagande om $k < 0$ strängt växande om $k > 0$.
- ▶ $f(x) = e^{kx}$ är konvex.
- ▶ En exponentialfunktion är bestämd av värdet i två punkter.
- ▶ Jämnt fördelade x -värden ger funktionsvärden med "konstanta kvoter".

INVERTERBARA FUNKTIONER

- ▶ Om $f(x) = y$ har högst en lösning för varje y är f *inverterbar*
- ▶ Kan få ny funktion f^{-1} genom $f^{-1}(y) = x$ precis när $y = f(x)$
- ▶ Strängt växande/avtagande funktioner har inverser.
- ▶ Grafen till f^{-1} fås från grafen till f genom spegling i linjen $x = y$

INVERTERBARA FUNKTIONER

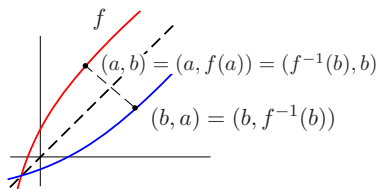
- ▶ Om $f(x) = y$ har högst en lösning för varje y är f *inverterbar*
- ▶ Kan få ny funktion f^{-1} genom $f^{-1}(y) = x$ precis när $y = f(x)$
- ▶ Strängt växande/avtagande funktioner har inverser.
- ▶ Grafen till f^{-1} fås från grafen till f genom spegling i linjen $x = y$

INVERTERBARA FUNKTIONER

- ▶ Om $f(x) = y$ har högst en lösning för varje y är f *inverterbar*
- ▶ Kan få ny funktion f^{-1} genom $f^{-1}(y) = x$ precis när $y = f(x)$
- ▶ Strängt växande/avtagande funktioner har inverser.
- ▶ Grafen till f^{-1} fås från grafen till f genom spegling i linjen $x = y$

INVERTERBARA FUNKTIONER

- ▶ Om $f(x) = y$ har högst en lösning för varje y är f *inverterbar*
- ▶ Kan få ny funktion f^{-1} genom $f^{-1}(y) = x$ precis när $y = f(x)$
- ▶ Strängt växande/avtagande funktioner har inverser.
- ▶ Grafen till f^{-1} fås från grafen till f genom spegling i linjen $x = y$



Översikt

Funktioner

- Funktionsbegreppet
- Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

- Linjära funktioner
- Polynomfunktioner
- Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

- Vilka är de?

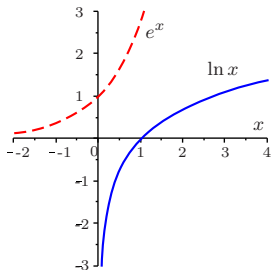
Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

- Narurliga logaritmen
- Räkneregler

NATURLIGA LOGARITMEN

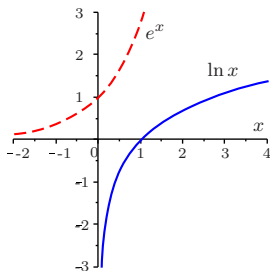
- ▶ $f(x) = e^x$ är strängt växande och har en invers som betecknas $\ln x$. *Den naturliga logaritmen.*



- ▶ $\ln x$ bara definierat när $x > 0$.
- ▶ $\ln x$ är växande och konkav.
- ▶ $\ln x = y$ betyder samma sak som $x = e^y$.

NATURLIGA LOGARITMEN

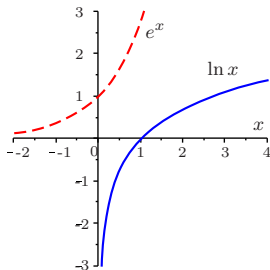
- ▶ $f(x) = e^x$ är strängt växande och har en invers som betecknas $\ln x$. *Den naturliga logaritmen.*



- ▶ $\ln x$ bara definierat när $x > 0$.
- ▶ $\ln x$ är växande och konkav.
- ▶ $\ln x = y$ betyder samma sak som $x = e^y$.

NATURLIGA LOGARITMEN

- ▶ $f(x) = e^x$ är strängt växande och har en invers som betecknas $\ln x$. *Den naturliga logaritmen.*



- ▶ $\ln x$ bara definierat när $x > 0$.
- ▶ $\ln x$ är växande och konkav.
- ▶ $\ln x = y$ betyder samma sak som $x = e^y$.

NATURLIGA LOGARITMEN

- ▶ $f(x) = e^x$ är strängt växande och har en invers som betecknas $\ln x$. *Den naturliga logaritmen.*
- ▶ $\ln x$ bara definierat när $x > 0$.
- ▶ $\ln x$ är växande och konkav.
- ▶ $\ln x = y$ betyder samma sak som $x = e^y$.

Översikt

Funktioner

- Funktionsbegreppet
- Sätt ange en funktion

Algebraiskt givna funktioner

- Linjära funktioner
- Polynomfunktioner
- Rationella funktioner

Potensfunktioner

Exponentialfunktioner

- Vilka är de?

Inverterbara funktioner

Logaritmfunktioner

- Narurliga logaritmen
- Räkneregler

RÄKNEREGLER

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln ab = \ln a + \ln b,$$

$$\ln \left(\frac{1}{a} \right) = -\ln a,$$

$$e^{\ln a} = a$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \ln a - \ln b,$$

$$\ln(a^c) = c \ln a,$$

$$\ln(e^a) = a, \quad \text{där } a \text{ är godtyckligt}$$

Text har vi $e^{\ln ab} = ab = e^{\ln a} e^{\ln b} = e^{\ln a + \ln b}$ vilket ger räknerregeln $\ln ab = \ln a + \ln b$.

RÄKNEREGLER

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln ab = \ln a + \ln b,$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b,$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a,$$

$$\ln(a^c) = c \ln a,$$

$$e^{\ln a} = a$$

$$\ln(e^a) = a, \text{ där } a \text{ är godtyckligt}$$

Tex har vi $e^{\ln ab} = ab = e^{\ln a} e^{\ln b} = e^{\ln a + \ln b}$ vilket ger räknerregeln $\ln ab = \ln a + \ln b$.