Översikt

VANLIGA DERIVATOR

- $D(x^a) = ax^{a-1}$, om $a \neq 1$, derivatan av en konstant är 0.
- $D(e^x) = e^x$
- $D(a^x) = \ln(a)a^x$.
- $D(\ln x) = \dfrac{1}{x}$.

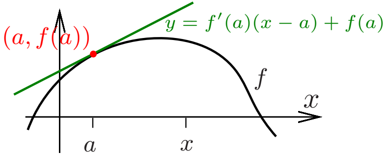
Översikt

DERIVERINGSREGLER

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
- $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$. Kedjeregeln och inre derivata.

Översikt

TANGENTEN



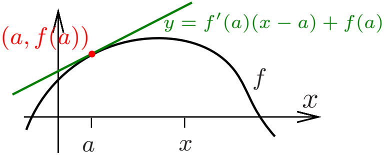
- Tangenten till grafen av f i punkten $(a, f(a))$ har ekvationen

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

  (Enpunktsformeln)

- Om $f'(a) = 0$ är tangenten parallell med den vågräta axeln.

TANGENTEN



- Tangenten till grafen av f i punkten $(a, f(a))$ har ekvationen

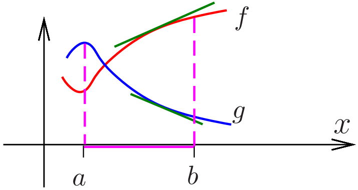
$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

  (Enpunktsformeln)

- Om $f'(a) = 0$ är tangenten parallell med den vågräta axeln.

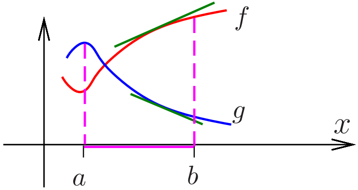
Översikt

DERIVATANS TECKEN



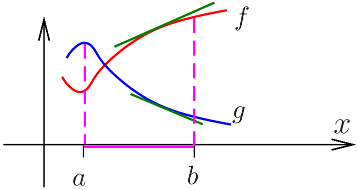
- Om $f'(x) \geq 0$ (> 0) på ett intervall är f (strängt) växande där.
- Om $f'(x) \leq 0$ (< 0) på ett intervall är f (strängt) avtagande där.

DERIVATANS TECKEN



- Om $f'(x) \geq 0$ (> 0) på ett intervall är f (strängt) växande där.
- Om $f'(x) \leq 0$ (< 0) på ett intervall är f (strängt) avtagande där.

DERIVATANS TECKEN



- Om $f'(x) \geq 0$ (> 0) på ett intervall är f (strängt) växande där.
- Om $f'(x) \leq 0$ (< 0) på ett intervall är f (strängt) avtagande där.

Översikt

DERIVATA OCH KONVEXITET

Eftersom f' är en funktion kan man försöka derivera den. Då får man andraderivatan till f.
Betecknas f'', d^2f/dx^2, $f^{(2)}$ eller $D^{(2)}f$.

Kan fortsätta och få högre ordningens derivator till f.

Andraderivatan kan användas för att avgöra om en funktion är konvex/eller konkav på ett intervall.

- Om $f''(x) > 0$ på ett intervall är f konvex där.
- Om $f''(x) < 0$ på ett intervall är f konkav där.

DERIVATA OCH KONVEXITET

Eftersom f' är en funktion kan man försöka derivera den. Då får man andraderivatan till f.
Betecknas f'', d^2f/dx^2, $f^{(2)}$ eller $D^{(2)}f$.

Kan fortsätta och få högre ordningens derivator till f.

Andraderivatan kan användas för att avgöra om en funktion är konvex/eller konkav på ett intervall.

- Om $f''(x) > 0$ på ett intervall är f konvex där.
- Om $f''(x) < 0$ på ett intervall är f konkav där.

DERIVATA OCH KONVEXITET

Eftersom f' är en funktion kan man försöka derivera den. Då får man andraderivatan till f.
Betecknas f'', d^2f/dx^2, $f^{(2)}$ eller $D^{(2)}f$.

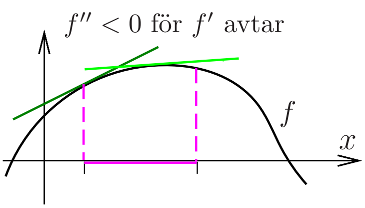
Kan fortsätta och få högre ordningens derivator till f.

Andraderivatan kan användas för att avgöra om en funktion är konvex/eller konkav på ett intervall.

- Om $f''(x) > 0$ på ett intervall är f konvex där.
- Om $f''(x) < 0$ på ett intervall är f konkav där.

DERIVATA OCH KONVEXITET

Andraderivatan kan användas för att avgöra om en funktion är konvex/eller konkav på ett intervall.



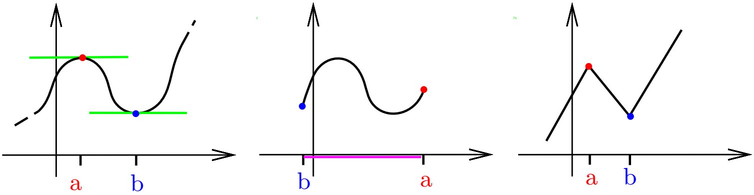
- Om $f''(x) > 0$ på ett intervall är f konvex där.
- Om $f''(x) < 0$ på ett intervall är f konkav där.

Översikt

LOKALT MAX/MIN

En funktion f har en

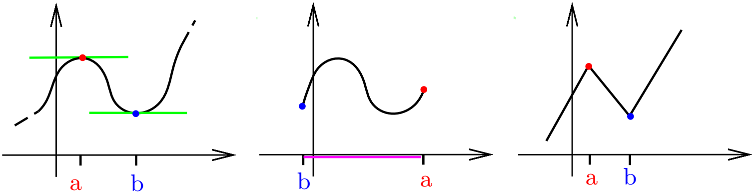
- lokal maximipunkt i a om $f(x) \leq f(a)$ för alla x nära a.
- lokal minimipunkt i a om $f(x) \geq f(a)$ för alla x nära a.



LOKALT MAX/MIN

En funktion f har en

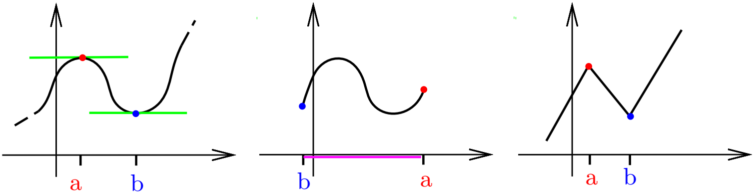
- lokal maximipunkt i a om $f(x) \leq f(a)$ för alla x nära a.
- lokal minimipunkt i a om $f(x) \geq f(a)$ för alla x nära a.



LOKALT MAX/MIN

En funktion f har en

- lokal maximipunkt i a om $f(x) \leq f(a)$ för alla x nära a.
- lokal minimipunkt i a om $f(x) \geq f(a)$ för alla x nära a.



Översikt

LOKALT MAX/MIN MED DERIVATA

- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från positivt till negativt i a.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från neagtivt till positivt i a.
- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) > 0$.
- Om $f'(a) = 0$ och $f''(a) = 0$ kan inget sägas!

LOKALT MAX/MIN MED DERIVATA

- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från positivt till negativt i a.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från neagtivt till positivt i a.
- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) > 0$.
- Om $f'(a) = 0$ och $f''(a) = 0$ kan inget sägas!

LOKALT MAX/MIN MED DERIVATA

- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från positivt till negativt i a.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från neagtivt till positivt i a.
- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) > 0$.
- Om $f'(a) = 0$ och $f''(a) = 0$ kan inget sägas!

LOKALT MAX/MIN MED DERIVATA

- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från positivt till negativt i a.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från neagtivt till positivt i a.
- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) > 0$.
- Om $f'(a) = 0$ och $f''(a) = 0$ kan inget sägas!

LOKALT MAX/MIN MED DERIVATA

- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från positivt till negativt i a.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och f' växlar från neagtivt till positivt i a.
- f har lokal maximipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$.
- f har lokal minimipunkt i a om $f'(a) = 0$ och $f''(a) > 0$.
- Om $f'(a) = 0$ och $f''(a) = 0$ kan inget sägas!

Översikt

Derivata

- Några vanliga derivator
- Deriveringsregler
- Tangentens ekvation
- Derivatans tecken och växande/avtagande
- Derivata och konvexitet
- Lokalt max/min
- Lokalt max/min med derivata
- Fisken mot strömmen

Differentialekvationer

- Vad är det?

FISKEN MOT STRÖMMEN

- En fisk simmar med konstant hastighet v (m/s) motsröms i en å.
- Ån rinner med hastigheten v_1 i förhållande till åkanten.
- Studier har visat att den energi fisken använder på t sekunder ges av

$$E = cv^k t$$

  där c och $k > 2$ är konstanter.
- Med vilken hastighet ska fisken simma?

FISKEN MOT STRÖMMEN

- En fisk simmar med konstant hastighet v (m/s) motsröms i en å.
- Ån rinner med hastigheten v_1 i förhållande till åkanten.
- Studier har visat att den energi fisken använder på t sekunder ges av

$$E = cv^k t$$

där c och $k > 2$ är konstanter.
- Med vilken hastighet ska fisken simma?

FISKEN MOT STRÖMMEN

- En fisk simmar med konstant hastighet v (m/s) motsröms i en å.
- Ån rinner med hastigheten v_1 i förhållande till åkanten.
- Studier har visat att den energi fisken använder på t sekunder ges av

$$E = cv^k t$$

där c och $k > 2$ är konstanter.
- Med vilken hastighet ska fisken simma?

FISKEN MOT STRÖMMEN

- En fisk simmar med konstant hastighet v (m/s) motsröms i en å.
- Ån rinner med hastigheten v_1 i förhållande till åkanten.
- Studier har visat att den energi fisken använder på t sekunder ges av

  $$E = cv^k t$$

  där c och $k > 2$ är konstanter.
- Med vilken hastighet ska fisken simma?

Översikt

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.

Vad är en differentialekvation?

- Två ämnen A och B regaerar kemiskt och bildar ett tredje C
- En molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av C: $A + B \to C$.
- Kemisk lag: Den hastighet med vilken C bildas är (vid varje tidpunkt) proportionell mot produkten av kvantiteten av ämnet A och B då.
- $c(t)$ antalet (mol) av C vid tiden t. Låt a och b vara ursprungliga kvantiteterna av A resp B.
- Vill veta formel för $c(t)$!
- Kemiska lagen $c'(t) = k(a - c(t))(b - c(t))$.
- $c(t)$ löser differentialekvationen $y' = k(a - y)(b - y)$.