

ÖVERSIKT

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

OLIKA TAL

- ▶ De naturliga talen: $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- ▶ Heltalen: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$
- ▶ De rationella talen $\frac{a}{b}$, där a och $b \neq 0$ är heltal.
- ▶ De reella talen alla oändliga decimalutvecklingar t ex $12,3451221349\dots$

OLIKA TAL

- ▶ De naturliga talen: $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- ▶ Heltalen: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$
- ▶ De rationella talen $\frac{a}{b}$, där a och $b \neq 0$ är heltal.
- ▶ De reella talen alla oändliga decimalutvecklingar t ex $12,3451221349\dots$

OLIKA TAL

- ▶ De naturliga talen: $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- ▶ Heltalen: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$
- ▶ De rationella talen $\frac{a}{b}$, där a och $b \neq 0$ är heltal.
- ▶ De reella talen alla oändliga decimalutvecklingar t ex $12,3451221349\dots$

OLIKA TAL

- ▶ De naturliga talen: $0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- ▶ Heltalen: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$
- ▶ De rationella talen $\frac{a}{b}$, där a och $b \neq 0$ är heltal.
- ▶ De reella talen alla oändliga decimalutvecklingar t ex $12,3451221349\dots$

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

PRIORITET

- ▶ Parenteser först
- ▶ sedan multiplikation och division, som har samma prioritet
- ▶ sist addition och subtraktion, som har samma prioritet

Vid lika prioritet gäller läsriktningsprioritet.

PRIORITET

- ▶ Parenteser först
- ▶ sedan multiplikation och division, som har samma prioritet
- ▶ sist addition och subtraktion, som har samma prioritet

Vid lika prioritet gäller läsriktningsprioritet.

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

BRÅKRÄKNING

- ▶ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ betyder att $ad = bc$, så

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ om } c \neq 0$$

Förkorta och förlänga.



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Liknämngt.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$



$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Division är multiplikation med **inverterade värdet**.

BRÅKRÄKNING

- ▶ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ betyder att $ad = bc$, så

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ om } c \neq 0$$

Förkorta och förlänga.



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Liknämningt.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$



$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Division är multiplikation med **inverterade värdet**.

BRÅKRÄKNING

- ▶ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ betyder att $ad = bc$, så

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ om } c \neq 0$$

Förkorta och förlänga.



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Liknämningt.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$



$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Division är multiplikation med **inverterade värdet**.

BRÅKRÄKNING

- ▶ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ betyder att $ad = bc$, så

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ om } c \neq 0$$

Förkorta och förlänga.



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Liknämningt.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$



$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Division är multiplikation med **inverterade värdet**.

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

HELTALSPOTENSER

$a^{\pm n}$ där n är ett naturligt tal:

$$\begin{aligned} a^0 &= 1 \\ a^1 &= a \\ a^2 &= a \cdot a \\ a^3 &= a \cdot a \cdot a \\ &\dots \\ a^{-1} &= \frac{1}{a} \\ a^{-2} &= \frac{1}{a^2} \\ a^{-3} &= \frac{1}{a^3} \\ &\dots \end{aligned}$$

a^n är en **potens** av a . Talet a är **basen** och n är **exponenten**.

HELTALSPOTENSER

$a^{\pm n}$ där n är ett naturligt tal:

$$\begin{aligned}a^0 &= 1 \\a^1 &= a \\a^2 &= a \cdot a \\a^3 &= a \cdot a \cdot a \\&\dots \\a^{-1} &= \frac{1}{a} \\a^{-2} &= \frac{1}{a^2} \\a^{-3} &= \frac{1}{a^3} \\&\dots\end{aligned}$$

a^n är en **potens** av a . Talet a är **basen** och n är **exponenten**.

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

- ▶ $a^0 = 1$
- ▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- ▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- ▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
- ▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- ▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- ▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

- ▶ $a^0 = 1$
- ▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- ▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- ▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
- ▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- ▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- ▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

RÄKNEREGLER FÖR POTENSER

▶ $a^0 = 1$

▶ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

▶ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

▶ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$(2^3)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 4}$$

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

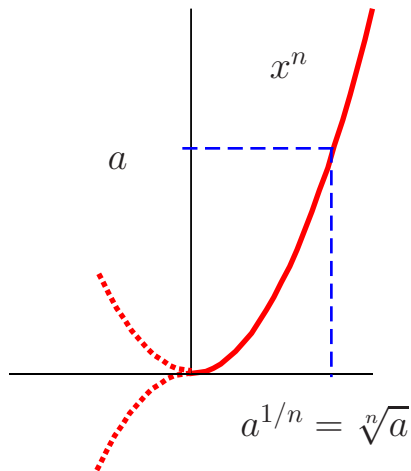
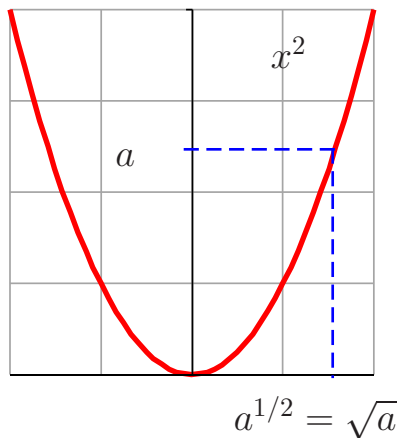
Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

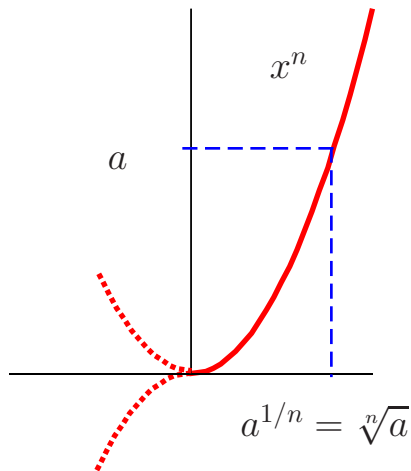
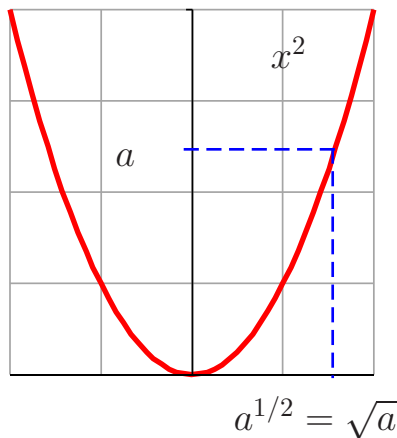
Lösa ut en variabel ur ett samband

GRAFEN AV x^n



- ▶ Ekvationen $x^n = a$ har precis en *positiv* lösning för varje $a > 0$. Det är (definitionen av) $a^{1/n}$.
- ▶ Om n är udda funkar det även om $a < 0$.

GRAFEN AV x^n



- ▶ Ekvationen $x^n = a$ har precis en *positiv* lösning för varje $a > 0$. Det är (definitionen av) $a^{1/n}$.
- ▶ Om n är udda funkar det även om $a < 0$.

RATIONELL POTENS



$$a^{m/n} = (a^m)^{1/n}$$

om m och $n > 0$ är heltal.

▶ Tidigare räkneregler gäller även dessa potenser.

▶ Kan också definiera

a reellt tal

RATIONELL POTENS



$$a^{m/n} = (a^m)^{1/n}$$

om m och $n > 0$ är heltal.

- ▶ Tidigare räkneregler gäller även dessa potenser.

- ▶ Kan också definiera

a reellt tal

RATIONELL POTENS



$$a^{m/n} = (a^m)^{1/n}$$

om m och $n > 0$ är heltal.

- ▶ Tidigare räkneregler gäller även dessa potenser.

- ▶ Kan också definiera

a reellt tal

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

NÅGRA RÄKNEREGLER



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ Konjugatregeln}$$

Kan ses som faktoriseringar av högeledet!

NÅGRA RÄKNEREGLER



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ Konjugatregeln}$$

Kan ses som faktoriseringar av högeledet!

NÅGRA RÄKNEREGLER



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ Konjugatregeln}$$

Kan ses som faktoriseringar av högeledet!

NÅGRA RÄKNEREGLER



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ Kvadreringsregel}$$



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ Konjugatregeln}$$

Kan ses som faktoriseringar av högeledet!

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

KVADRATKOMPLETTERING

$$x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$$

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

FORMEL FÖR ANDRAGRADARE

Ekvationen

$$0 = x^2 + px + q$$

har, om $(p/2)^2 - q$ inte är negativt, lösningarna

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Översikt

Tal och räkneoperationer

Olika tal

Prioritet

Bråkräkning

Potenser

Heltalspotenser

Räkneregler för potenser

Godtyckliga potenser

Algebra

Några räkneregler

Kvadratkomplettering

Formel för andragradare

Lösa ut en variabel ur ett samband

VARIABEL UR ETT SAMBAND

Vad är x om

$$\frac{x}{x-a} = b?$$