

Tentamen i Naturvetenskapligt Basår (NBAM00), Matematik del 2

1a) Beräkna: $\int_0^1 3x^2 - 6e^{3x} dx$ 1p

b) Derivera, men bry dig inte om att förenkla: $f(x) = \frac{9 \cos(x)}{(5x+1)^4}$ 2p

c) Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)(\cos^4(x) - \sin^4(x))}{\sqrt{x} \cos(2x)}$ 3p

L'Hospitals regel bör inte användas i uppgift c. Om du använder den skall också ett hållbart bevis för regeln redovisas. Om beviset inte håller genererar uppgiften automatiskt 0 p.

2) Finn en ekvation för tangenten till kurvan $y = (2x - 1)e^x$ i den punkt där kurvan skär

a) y-axeln 1p

b) x-axeln 2p

3) Beräkna, med hjälp av integralkalkyl, arean av området som ligger mellan kurvorna
 $y = 3x - 6$ och $y = x^2 - 2x$, samt mellan linjerna $x = 0$ och $x = 3$, samt skissa figur över området. 4p

4) Du får i uppgift av ett läskföretag att ta fram mätten på den cylinderformade burk med volym 33 cl som kostar minst att producera. Deras nuvarande cylinderformade burk är 20 cm hög och locket har en radie på 2,29 cm. Företaget köper in sitt aluminium för 200 kr per m^2 .

a) Hur mycket kostar det att producera 1 000 000 burkar med företagets nuvarande mått? 1p

b) Vilka mått ska burken ha för att materialkostnaderna skall vara så små som möjligt. Hur mycket kostar det att producera 1 000 000 burkar med dessa mått? 4p

5a) Beräkna $|7 + 5i|$ 1p

b) Skriv talet $\frac{1+2i}{1-2i}$ på formen $a + bi$, med reella a och b . 2p

c) Lös ekvationen $z^2 - 2iz + 2 - 4i = 0$ 4p

6) Rita funktionskurvan $f(x) = \frac{2x}{2+x^2}$ och redovisa förekommande extrempunkter, terrasspunkter samt eventuella vågräta och lodräta asymptoter till kurvan. 5p

7) Skissa kurvan $e^x - x - 1$ och redovisa förekommande extrempunkter och asymptoter. Beräkna även arean under kurvan i intervallet $1 < x < 3$. 5p

8) Finn, om möjligt, talet c sådant att $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + cx^2 - 5x - 2}$ existerar och bestäm i så fall gränsvärdet för detta c . 3p

9) Bevisa att $\sqrt{2}$ är irrationellt. 6p

10) Formulera derivatans definition och härled utgående från denna definition derivatan av $f(x) = \frac{1}{x}$. 6p