

NBAM00: Naturvetenskapligt basår – Matematik, del 1

Examinator / telefonvakt: Lukáš Malý, Matematiska vetenskaper, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan)

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

Granskningstillfälle meddelas via kurshemsidan och mail från GUL.

1. Låt punkterna $A = (1, 2)$, $B = (4, -1)$ och $C = (8, 3)$ bilda hörn i en triangel i planet.

(a) Räkna ut triangelns sidolängder. (3p)

(b) Beräkna triangelns vinklar. Svara gärna med arcus-uttryck (vid behov). (3p)

(c) Bestäm triangelns area. (2p)

2. Lös ekvationssystemet (6p)

$$\begin{cases} 2x - z = 5 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$$

3. (a) Lös ekvationen $9 + 9x - 4x^2 - 4x^3 = 0$ förutsatt att en av dess rötter är ett heltal. (4p)

(b) Lös olikheten $9 + 9x - 4x^2 - 4x^3 \geq 0$. (4p)

4. Bevisa Vietas formler för andragradsekvationen, d.v.s. bevisa följande påstående: (4p)

Om z_1 och z_2 är rötterna till ekvationen $z^2 - az + b = 0$, så är $a = z_1 + z_2$ och $b = z_1 z_2$.

5. Förkorta och förenkla (4p + 4p)

$$(a) \frac{\sqrt[8]{4^2} \sqrt[8]{t^{74}}}{\sqrt[16]{16^{18}} \sqrt[4]{t^{10}}}, \quad (b) 2 \lg 5 - \lg 10 + \lg 1 + \frac{\ln 4}{\ln 10}.$$

6. En hyperbel ges av ekvationen $xy = 4$.

(a) Finn ett reellt tal m sådant att den räta linjen $y = m - 4x$ tangerar hyperbeln. (4p)

(b) Bestäm koordinaterna av tangeringspunkten. (2p)

7. (a) Beräkna $\sin 75^\circ$. (2p)

(b) Beräkna $\cos \frac{17}{12}\pi$. (4p)

8. Beräkna (4p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+1}}{\sin 2x}.$$

Lycka till!

Formelblad

Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (p_x, p_y)$ och $Q = (q_x, q_y)$ i planet ges av

$$d = \sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}.$$

Symmetrin hos de trigonometriska funktionerna

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

Additionsformlerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Värden på sinus och cosinus för några standardvinklar

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

