(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{8x+4}-2\sqrt{x+1}}{x} \cdot \dfrac{\sqrt{8x+4}+2\sqrt{x+1}}{\sqrt{8x+4}+2\sqrt{x+1}} = \left|\begin{matrix}\text{KONJUGAT-}\\ \text{REGELN}\end{matrix}\right| =$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(8x+4)-4\cdot(x+1)}{x\left(\sqrt{8x+4}+2\sqrt{x+1}\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{4x}{x\cdot\left(\sqrt{8x+4}+2\sqrt{x+1}\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{4}{\sqrt{8x+4}+2\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{8\cdot 0+4}+2\sqrt{0+1}} = \frac{4}{\sqrt{4}+2} = \underline{\underline{1}}$$

(b) $2^3-2\cdot 2^2+2-2=0 \Rightarrow$ Polynomet x^3-2x^2+x-2 är delbart med $x-2$

$2^2-2-2=0 \Rightarrow$ Polynomet x^2-x-2 är delbart med $(x-2)$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2+1)}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+1}{x+1} = \frac{2^2+1}{2+1} = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}$$

(c) $$\lim_{x\to 0} \frac{3x+x^2}{\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{3x+x^2}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{3+x}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{\lim\limits_{x\to 0}(3+x)}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}} = \frac{3+0}{1} = \underline{\underline{3}}$$

(d) $$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x^2}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\tan x^2}{x^2}\cdot x = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{x^2}\cdot\frac{x}{\cos x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2}{x^2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\cos x} =$$

$$= \left|\begin{matrix} z=x^2 \\ z\to 0\end{matrix}\right| = \lim_{z\to 0}\frac{\sin z}{z}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\cos x} = 1\cdot\frac{0}{\cos 0} = 1\cdot\frac{0}{1} = \underline{\underline{0}}$$

(e) $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^6-10x^8}{x^3-5x^8} = \left|\ x^8 \text{ är den dominerande potensen}\right| = \lim_{x\to\infty} \frac{x^8\cdot\left(\frac{1}{x^2}-10\right)}{x^8\left(\frac{1}{x^5}-5\right)}$$

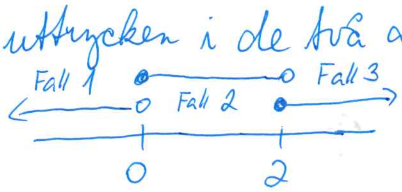
$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x^2}-10}{\frac{1}{x^5}-5} = \frac{0-10}{0-5} = \frac{-10}{-5} = \underline{\underline{2}}$$

(a) $|x| = |x-2|$.... Talet x är det tal vars avstånd från 0 är lika med dess avstånd från 2.

Det finns endast ett sådant tal. Det ligger mittemellan 0 och 2 $\Rightarrow$ $\underline{x=1}$

(b) $|x|-|x-2| \geq 1$

Nollställen av uttrycken i de två absolutbeloppen är 0 o 2.



Fall 1: $x<0$: $-x-(2-x)\geq 1$

$-2\geq 1$ ... ingen lösning

Fall 2: $0\leq x<2$: $x-(2-x)\geq 1$

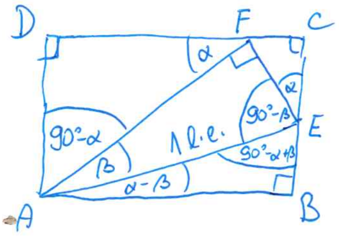
$2x\geq 3$

$x\geq \frac{3}{2}$ ... $x\in\left[\frac{3}{2},2\right)$

Fall 3: $2\leq x$: $x-(x-2)\geq 1$

$2\geq 1$... alltid uppfyllt $x\in[2,\infty)$

Totalt: $x\in\left[\frac{3}{2},2\right)\cup[2,\infty)=\underline{\underline{\left[\frac{3}{2},\infty\right)}}$



ΔAEF: $|AE|=1$ l.e. (hypotenusan)

$|EF|=\sin\beta$

$|AF|=\cos\beta$

ΔECF: $|EF|=\sin\beta$ (hypotenusan)

$|EC|=\sin\beta\cos\alpha$

$|FC|=\sin\beta\sin\alpha$

ΔAFD: $|AF|=\cos\beta$ (hypotenusan)

$|AD|=\cos\beta\sin\alpha$

$|FD|=\cos\beta\cos\alpha$

ΔABE: $|AE|=1$ l.e. (hypotenusan)

$$\left.\begin{aligned}&|EB|=\sin(\alpha-\beta)\\&|EB|=|BC|-|CE|=|AD|-|CE|=\cos\beta\sin\alpha-\sin\beta\cos\alpha\end{aligned}\right\}\text{ lika}$$

$\Rightarrow$ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$$\left.\begin{aligned}&|AB|=\cos(\alpha-\beta)\\&|AB|=|CF|+|FD|=\sin\beta\sin\alpha+\cos\beta\cos\alpha\end{aligned}\right\}\text{ lika}$$

$\Rightarrow$ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$