

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559

Telefonvakt: Jimmy Johansson, tel 772 5325

Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.

Lösningsförslag publiceras på kurshemsidan.

OBS Motivera väl och skriv fullständiga lösningar!

1. (a) Derivera $f(x) = \ln(e^{3x} \tan x)$. (3p)
- (b) Beräkna $\int \left(\frac{1}{x^{2/5}} + \cos(3x)\right) dx$. (3p)

2. (a) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \frac{5x+2}{x-2}$ i den punkt där kurvan skär linjen $y = 11$. (4p)
- (b) Ge exempel på en kurva $y = f(x)$ sådan att $x = -4$ är en lodrät asymptot och $y = 6$ är en vågrät asymptot. (2p)

3. Rita området som begränsas av linjen $x = -1$ och kurvorna $y = x$ och $y = \frac{8}{x+2}$ samt beräkna områdets area. (6p)
- När du ritar kurvan $y = \frac{8}{x+2}$ behöver du bara ta med hur den ser ut för $x > -2$, eftersom den delen med $x < -2$ inte påverkar området som efterfrågas.

4. Bestäm lokala extrempunkter och inflexionspunkter till funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$$

och ange på vilka intervall funktionen är konvex respektive konkav. Motivera dina slutsatser med hjälp av teckenscheman för $f'(x)$ respektive $f''(x)$. Skissa funktionens graf. (7p)

5. (a) Låt $z = -1 + i\sqrt{3}$. Beräkna $|z|$ och $\arg z$ (välj vinkeln mellan 0 och 2π) samt skriv z på polär form. (3p)
- (b) Beräkna $(-1 + i\sqrt{3})^{13}$ och skriv svaret på formen $x + iy$. (3p)

6. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$xy' - y = x^2 \sin x$$

Bestäm även den lösning som uppfyller begynnelsevillkoret $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. (6p)

7. I vilken punkt på kurvan

$$y = \frac{1}{1+x^2}$$

har tangenten störst positiv lutning, dvs störst riktningskoefficient? Motivera att det verkligen finns en sådan punkt på kurvan. Hur stor är denna lutning? (6p)

8. (a) Formulera derivatans definition och härled utgående från den derivatan av $f(x) = \sin x$. (5p)
- (b) Definiera vad som menas med att en funktion är *strängt växande* respektive *strängt avtagande*. (2p)

Lycka till!

Ulla