

1. LÖSNINGAR NBAM00, 2/1 2017.

1.

a

$$\frac{\sqrt[4]{32x^4}}{\sqrt[4]{2x^2}} = \left(\frac{32x^4}{2x^2}\right)^{1/4} = 16^{1/4}(x^2)^{1/4} = 2\sqrt{x}.$$

b.

$$4xy^2 \left(\frac{-xz}{2y^2}\right)^3 z^{-2} = \frac{4xy^2(-1)^3 x^3 z^3}{2^3 y^6 z^2} = -\frac{4x^4 y^2 z^3}{8y^6 z^2} = -(1/2) \frac{zx^4}{y^4}.$$

2. Ekvationen ger

$$\ln(3x + 1) + \ln(7/2) = \ln(x + 2).$$

Ta e upphöjt till båda sidor:

$$(7/2)(3x + 1) = x + 2.$$

$$(21x)/2 + 7/2 = x + 2, (19x/2) = -3/2, x = -3/19.$$

(Man bör sedan kolla att $3x + 1 > 0$ och $x + 2 > 0$)

3. a. Cosinussatsen ger att $|BD|^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cos 120^\circ$. Eftersom $\cos(120^\circ) = -1/2$ ger detta

$$|BD|^2 = 36 + 49 + 42 = 107, |BD| = \sqrt{107}.$$

b. Cosinussatsen för triangeln BCD ger att

$$127 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cos c, 90 \cos c = 106 - 127 = -21, \cos c = -7/30, c = \arccos(-7/30).$$

4. Resultanten F är den tredje sidan i en triangel där de andra sidorna har längd 7 och 5 med mellanliggande vinkel 120° . Cosinussatsen ger igen att

$$|F|^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cos 120^\circ = 74 + 35 = 109, |F| = \sqrt{109}.$$

5

a. kapitalet efter n år är

$$k(n) = 100(1 + p/100)^n.$$

b. $k(20) = 200$ ger att

$$200 = 100(1 + p/100)^{20}, (1 + p/100)^{20} = 2.$$

$$1 + p/100 = 2^{1/20} = 1.035, p = 3.5.$$

6. Den första linjens riktningskoefficient är $k_1 = (8 - 3)/(6 - 3) = 5/3$. Enpunktsformeln ger att den har ekvationen

$$y - 3 = (5/3)(x - 3), y = (5/3)x - 2.$$

Den andra linjens riktningskoefficient är $-1/k_1 = -3/5$. Eftersom den går genom origo blir ekvationen

$$y = -(3/5)x.$$

I skärningspunkten är

$$-(3/5)x = (5/3)x - 2, (34/15)x = 2, x = 30/34 = 15/17.$$

y -värdet blir

$$y = -(3/5)x = -(3/5)(15/17) = -9/17.$$

Skärningspunkten blir $(15/17, -9/17)$ och dess avstånd till origo är $\sqrt{15^2 + 9^2}/17 = \sqrt{306}/17 = 6/\sqrt{34}$.

7. Divisionsalgoritmen ger att divisionen går jämnt upp när $C = 12$, och man har

$$x^3 + 2x^2 + x + 12 = (x^2 - x + 4)(x + 3).$$

Detta uttryck blir 0 när en av parenteserna är 0. Andragsuttrycket har dock inga (reella) lösningar. Därför är enda lösningen $x = -3$.

8. Vi använder formeln $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. Vår ekvation blir

$$\sin x \cos x = \cos^2 x.$$

Detta är uppfyllt precis när antingen $\cos x = 0$ eller $\sin x = \cos x$, dvs $\tan x = 1$. Vi har att $\cos x = 0$ precis när $x = \pi/2 + k\pi$ där k är ett heltal. Det andra fallet ger $x = \pi/4 + k\pi$. (Den som vill kan ersätta $\pi/2$ med 90° och $\pi/4$ med 45° .)