

1 Lösningar till tenta NBAM00-1, 5/6 8.30-12.30

1. a.

$$\frac{(14^3)^6 \cdot 6^{17}}{21^{19} \cdot 8^{11}} = \frac{2^{18} \cdot 7^{18} \cdot 2^{17} \cdot 3^{17}}{3^{19} \cdot 7^{19} \cdot 2^{33}} = 2^{35-33} \cdot 7^{18-19} \cdot 3^{17-19} = 2^2 \cdot 7^{-1} \cdot 3^{-2} = 4/63.$$

b. $64^{1/4} \cdot 4^{-1/4} = 2^{6/4-2/4} = 2.$

2. a.

$$3x/5 = 9e^{-2}, \quad x = (45/3)e^{-2} = 15e^{-2}.$$

b.

$$5 + 2x = 3, \quad x = -2/2 = -1.$$

3. $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$ ger $\cos^2 v = 1 - 1/49$, $\cos v = \pm\sqrt{48}/7$. Alltså blir

$$\tan v = \frac{\sin v}{\cos v} = \pm 1/\sqrt{48},$$

där + gäller i a. och - gäller i b.

4. Vektor $\vec{AB} = (2, 0, 2) - (1, 1, 0) = (1, -1, 2)$. Avståndet från A till B blir $\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$.

b. Skalarprodukten mellan \vec{OA} och \vec{OB} är $1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2 = 2$. Om v är mellanliggande vinkel är då

$$\cos v = 2/(|\vec{OA}||\vec{OB}|) = 2/\sqrt{8}\sqrt{2} = 1/2.$$

Mellanliggande vinkel v är alltså 60° .

c. Arealen för triangeln är $(|\vec{OA}||\vec{OB}| \sin 60^\circ)/2 = \sqrt{3}$.

5. Mängden bakterier efter t timmar är $10^6(1.4)^t$, så $10^6(1.4)^t = 10^9$. Alltså har vi $(1.4)^t = 10^3$, så $t \ln 1.4 = 3 \ln 10$. Därför blir $t = 3 \ln 10 / \ln 1.4 \sim 20.52$.

6. L_1 :s riktningskoefficient är $(0 - 1)/(4 - 1) = -1/3$. L_1 :s ekvation blir

$$y = y - 0 = (-1/3)(x - 4) = (-1/3)x - 4/3.$$

L_2 har samma riktningskoefficient som L_1 , så L_2 :s ekvation är

$$y + 2 = (-1/3)(x + 3),$$

dvs $y = (-1/3)x - 3$.

7. Eftersom -1 är en lösning till ekvationen måste $x + 1$ dela polynomet. Polynomdivision ger

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = (x + 1)(x^2 - 7x + 12).$$

Ekvationen

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

har lösningarna $x = 3$ och $x = 4$.

8. Ekvationen $ax + by - 2 = 0$ skall vara uppfylld för $(x, y) = (2, 0)$. Därför är $a = 1$. Ekvationen är också uppfylld för $(x, y) = (0, 1)$, så $b = 2$.