

NBAM00: Naturvetenskapligt basår – Matematik, del 1

Telefonvakt: Malin Palö Forsström, tel. 031 - 772 53 25

Examinator: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 14:30.

Granskningstillfälle meddelas via kurshemsidan och mail från GUL.

1. Bestäm längden av vektorn $\vec{u} - \vec{v}$ om $|\vec{u}| = 6$ l.e., $|\vec{v}| = 3$ l.e. och $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$. (4p)

2. I en triangel är sidorna 2 cm, 3 cm, respektive 4 cm långa.

(a) Beräkna triangelns vinklar. Svara gärna med arcus-uttryck. (3p)

(b) Utgå från ditt svar i (a) och avgör om triangeln är spets-, rät- eller trubbvinklig. (1p)

(c) Räkna ut det exakta värdet av sinus för den vinkel som står mot den 4 cm långa sidan. Obs: Svaret skall **inte** innehålla något arcus-uttryck. (2p)

(d) Bestäm triangelns area. (2p)

3. (a) Lös ekvationen $4x^3 - 8x^2 + x + 3 = 0$ förutsatt att en av dess rötter är ett heltal. (4p)

(b) Lös olikheten $\frac{2}{4 - 2x} \geq \frac{1}{1 - x}$. (4p)

4. (a) Härled sinussatsen. Det går bra att utgå från en annan sats, vilken inte behöver bevisas utan bara nämnas. (3p)

(b) Använd både area- och sinussatsen för att visa att $\text{Arean}_{\triangle ABC} = \frac{c^2}{2} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \gamma}$. (2p)

5. Förkorta och förenkla (4p + 4p)

(a) $\frac{10^{30} \cdot 6^{17}}{15^{16} \cdot 20^{14} \cdot 2^{20}}$, (b) $\ln 16 + \ln e^5 - 3 \ln 4 + \frac{\lg 4}{\lg e} + 5$.

6. En kurva ges av ekvationen $x^2 - 2x - y + 4 = 0$.

(a) Identifiera kurvan (d.v.s., bestäm vilket kägelsnitt det är.) (1p)

(b) Skissera kurvan så att det tydligt framgår var dess medelpunkt eller vertex ligger. (2p)

(c) Finn ett tal m sådant att linjen $y = kx + m$ går igenom origo (oavsett k -värdet). (1p)

(d) Bestäm reella tal k och m sådana att den räta linjen $y = kx + m$ går igenom origo och tangerar den givna kurvan. (4p)

7. Lös ekvationen $\sin 2v = \cos v$, där vinkeln v uppfyller dubbelolikheten $\frac{\pi}{2} \leq v \leq \pi$. (5p)

8. Beräkna (4p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\sqrt{2x^2 + 4} - \sqrt{x^2 + 4}}.$$

Lycka till!

Formelblad

Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (p_x, p_y)$ och $Q = (q_x, q_y)$ i planet ges av

$$d = \sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}.$$

Symmetrin hos de trigonometriska funktionerna

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

Additionsformlerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Värden på sinus och cosinus för några standardvinklar

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

