

NBAM00: Naturvetenskapligt basår – Matematik, del 1

Telefonvakt: Sebastian Jobbjörnsson, tel. 031 - 772 53 25

Examinator: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 14:30.

Granskningstillfälle meddelas via kurshemsidan och mail från GUL.

- Låt $\vec{u} = (4, a, 3)$, $\vec{v} = (-3, 2, 4)$ och $\vec{w} = (3, -1, 4)$, där a är ett okänt reellt tal.
 - Beräkna skalärprodukten $\vec{u} \cdot (\vec{v} - 2\vec{w})$. (3p)
 - Bestäm talet a så att vektorn \vec{u} blir vinkelrät mot vektorn $(\vec{v} - 2\vec{w})$. (2p)
- I triangeln ABC har två av sidorna följande längder: $|AC| = 8$ cm, $|BC| = 10$ cm. Den mellanliggande vinkeln uppfyller $\cos \gamma = \frac{3}{5}$.
 - Beräkna $\sin \gamma$. (Svaret skall **inte** innehålla något arcus-uttryck.) (2p)
 - Bestäm triangelns area. (2p)
 - Beräkna längden av sidan AB . (2p)
 - Beräkna $\sin \alpha$ samt $\sin \beta$. (2p)
- Lös ekvationen $-4x^3 - 3x^2 + 9x - 2 = 0$ då (minst) en av dess rötter är ett heltal. (4p)
 - Lös olikheten $-4x^3 - 3x^2 + 9x - 2 \leq 0$. (4p)
- Härled pq -formeln. Med andra ord, visa att ekvationen $x^2 + px + q = 0$ löses av (4p)

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

- Förkorta och förenkla (4p + 4p)

$$(a) \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{6}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \left(\frac{2}{5}\right)^3}, \quad (b) \lg 8 + 2 \lg 5 + \ln 1 - \frac{\ln 2}{\ln 10}.$$

- En kurva ges av ekvationen $x^2 + y^2 = 4 + 4x - 2y$.
 - Skissera kurvan så att dess typ och placering i planet tydligt framgår i figuren. (3p)
 - Finn alla skärningspunkter mellan den givna kurvan och linjen $y = x - 1$. (4p)
 - Avgör om linjen $y = x - 1$ är en sekant- eller en tangentlinje av den givna kurvan. (1p)
- Bestäm vinklarna $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, $\beta \in [\pi, 2\pi]$ och $\gamma \in [\pi, 2\pi]$ så att (5p)

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma = 0.$$

OBS: Svara i radianer.

Var god vänd!

8. Beräkna

(4p)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{x^2-16}}{25-x^2}.$$

Lycka till!

Utvalda formler

Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (p_x, p_y)$ och $Q = (q_x, q_y)$ i planet ges av

$$d = \sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}.$$

Symmetrin hos de trigonometriska funktionerna

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

Additionsformlerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Värden på sinus och cosinus för några standardvinklar

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

